

PRIMER PRETORNEO 2010 JUVENIL

1. Dividir un cuadrado en 9 cuadrados más pequeños que se colorean uno de azul, tres de rojo y cinco de verde, de modo que los cuadrados de un mismo color sean de igual tamaño y los cuadrados de distinto color sean de diferente tamaño.

4 PUNTOS

2. Seba tienen 40 pesas, una con cada uno de los pesos enteros desde 1 gramo hasta 40 gramos inclusive. Colocó 10 pesas, cada una de ellas de un número par de gramos, en el plato izquierdo de una balanza de platos, y 10 pesas, cada una de ellas de un número impar de gramos, en el plato derecho de la balanza. Resultó que la balanza quedó equilibrada. Demostrar que en uno de los platos hay dos pesas que difieren en exactamente 20 gramos. ACLARACIÓN: La balanza de platos indica si los objetos en cada plato pesan igual o cual pesa más y cual pesa menos.

5 PUNTOS

3. Una cerradura tiene un código de 7 dígitos distintos (de 0 a 9). La cerradura tiene un defecto por el cual si se introduce un número de 7 dígitos distintos que coincide con el código en (al menos) un lugar entonces la cerradura se abre. Determinar si hay un método que permita abrir con certeza la cerradura en menos de 7 intentos si no se sabe el código pero se conoce el defecto de la cerradura.

5 PUNTOS

4. En un grupo de 20 chicos, cada uno le manda un mensaje a 10 chicos del grupo. Llamaremos *par de coincidencia* a un par de chicos tales que se mandaron mensajes entre sí. Determinar el menor número de pares de coincidencia que puede haber en el grupo.

5 PUNTOS

PRIMER PRETORNEO 2010 MAYOR

1. Una cerradura tiene un código de 7 dígitos distintos (de 0 a 9). La cerradura tiene un defecto por el cual si se introduce un número de 7 dígitos distintos que coincide con el código en (al menos) un lugar entonces la cerradura se abre. Determinar si hay un método que permita abrir con certeza la cerradura en menos de 7 intentos si no se sabe el código pero se conoce el defecto de la cerradura.

4 PUNTOS

2. Se tiene un cartón circular de 5 cm de radio y abundante cantidad de cartones cuadrados de 5 cm de lado. El círculo y varios cuadrados se deben acomodar sobre una mesa de modo que cada cuadrado tenga un vértice en contacto con el círculo y dos vértices en contacto con sendos vértices de dos cuadrados vecinos, y que no haya superposiciones entre figuras. Determinar cuántos cuadrados se pueden colocar.

5 PUNTOS

3. Determinar si existen enteros positivos a, b, c, d tales que

$$a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = 100^{100}.$$

5 PUNTOS

4. 2000 personas se han registrado en un nuevo sitio web. Cada una de ellas invitó a 1000 (de las 2000 registradas) a que sean amigas. Dos personas se consideran amigas si y sólo si cada una de ellas invitó a la otra a ser su amiga. Determinar el menor número de pares de amigos que puede haber en el sitio web.

5 PUNTOS