

## PRIMER PRETORNEO 2013 JUVENIL

1. Cinco personas se llaman, de nombre, Benito, Fernando, Gonzalo, Lope y Rodrigo. Sus apellidos son (en otro orden) Benítez, Fernández, González, López y Rodríguez. Se sabe que Benito tiene un año más que Benítez, Fernando tiene dos años más que Fernández, Gonzalo tiene tres años más que González y Lope tiene cuatro años más que López. Determinar quien es mayor, Rodrigo o Rodríguez, y qué diferencia de edad hay entre ellos.

4 PUNTOS

2. Un tablero de  $10 \times 10$  tiene una bomba en algunas casillas y en las casillas que no tienen bomba está escrito un número que indica la cantidad de bombas que hay en sus casillas vecinas (que se tocan en un vértice o en un lado). Se hace el siguiente cambio: se coloca una bomba en cada casilla que tiene un número (y se borra el número) y se coloca un número en las casillas vecinas, de acuerdo a la regla inicial, o sea, cada número indica la cantidad de bombas en sus casillas vecinas. Determinar si puede ocurrir que con este cambio, la suma total de los números en el tablero aumente.

5 PUNTOS

3. Sea  $C(n)$  el número de divisores primos del entero positivo  $n$ . (Por ejemplo,  $C(10) = 2, C(11) = 1, C(12) = 2$ ).

Consideramos el conjunto  $S$  de todos los pares de enteros positivos  $(a, b)$  tales que  $a \neq b$  y  $C(a+b) = C(a) + C(b)$ . Determinar si el conjunto  $S$  es finito o infinito. Si es finito, demostrarlo; si es infinito indicar una familia infinita de pares  $(a, b)$  que pertenezcan a  $S$ .

5 PUNTOS

4. En una clase de 20 alumnos se organizan varios paseos. En cada paseo hay al menos un alumno que participa de ese paseo. Demostrar que hay un paseo tal que cada uno de los alumnos que fue a ese paseo también fue a por lo menos  $\frac{1}{20}$  del total de todos los paseos.

5 PUNTOS

**PRIMER PRETORNEO 2013  
MAYOR**

**1.** Un tablero de  $10 \times 10$  tiene una bomba en algunas casillas y en las casillas que no tienen bomba está escrito un número que indica la cantidad de bombas que hay en sus casillas vecinas (que se tocan en un vértice o en un lado). Se hace el siguiente cambio: se coloca una bomba en cada casilla que tiene un número (y se borra el número) y se coloca un número en las casillas vecinas, de acuerdo a la regla inicial, o sea, cada número indica la cantidad de bombas en sus casillas vecinas. Determinar si puede ocurrir que con este cambio, la suma total de los números en el tablero aumente.

4 PUNTOS

**2.** Una circunferencia es tangente a los lados  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  de un paralelogramo  $ABCD$  en los puntos  $K$ ,  $L$ ,  $M$ , respectivamente. Demostrar que la recta  $KL$  corta a la altura del paralelogramo trazada desde el vértice  $C$  hasta el lado  $AB$  en su punto medio.

5 PUNTOS

**3.** En una clase de 20 alumnos se organizan varios paseos. En cada paseo hay al menos 4 alumnos que participan de ese paseo. Demostrar que hay un paseo tal que cada uno de los alumnos que fue a ese paseo también fue a por lo menos  $\frac{1}{17}$  del total de todos los paseos.

5 PUNTOS

**4.** Se tienen 239 monedas, todas del mismo aspecto, pero dos de ellas son falsas. Las dos falsas son del mismo peso, que es distinto del peso de las auténticas. Usando una balanza de platos a lo sumo tres veces hay que determinar si las monedas falsas son más pesadas o más livianas que las auténticas. Indicar como proceder.

(La balanza de platos indica si los objetos del plato izquierdo pesan lo mismo, pesan más o pesan menos que los objetos del plato derecho.)

5 PUNTOS

## **INFORMACIÓN GENERAL**

**0.** ESTA PRUEBA ES LA PRIMERA INSTANCIA CLASIFICATORIA PARA EL 35° TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES QUE SE REALIZARÁ EN DOS RONDAS, LA PRIMERA EN OCTUBRE DE 2013 Y LA SEGUNDA EN FEBRERO DE 2014.

**1.** EL NIVEL JUVENIL ES PARA ALUMNOS HASTA EL 10° AÑO DE ESCOLARIDAD EN 2013, INCLUSIVE.

EL NIVEL MAYOR ES PARA ALUMNOS DESDE EL 11° AÑO DE ESCOLARIDAD EN 2013, INCLUSIVE.

**2.** LA PRUEBA ES INDIVIDUAL.

**3.** LA PRUEBA DURA 3 HORAS.

**4.** NO SE PUEDEN USAR LIBROS, APUNTES NI CALCULADORAS.

**5.** AL FINAL DE CADA PROBLEMA SE INDICA EL PUNTAJE MÁXIMO QUE SE PUEDE OBTENER POR SU RESOLUCIÓN.

**6.** PARA LA NOTA FINAL SÓLO SE TENDRÁN EN CUENTA LOS 3 PROBLEMAS EN LOS QUE EL PARTICIPANTE OBTENGA MAYOR PUNTAJE.

**7.** PARA LA CLASIFICACIÓN DEFINITIVA SÓLO SE TENDRÁ EN CUENTA LA ACTUACIÓN EN EL PRETORNEO EN EL QUE EL PARTICIPANTE OBTENGA MAYOR PUNTAJE.

**8.** LA SEGUNDA INSTANCIA CLASIFICATORIA PARA EL 35° TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES SE REALIZARÁ EL 17 DE JUNIO.

**9.** LA LISTA DE ALUMNOS CLASIFICADOS PARA EL 35° TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES SERÁ COMUNICADA A LAS SECRETARÍAS REGIONALES EL 30 DE SEPTIEMBRE.