

PRIMER PRETORNEO 2015 JUVENIL

1. Un niño tiene 99 varillas, todas de distintas longitudes, de 1, 2, 3, ..., 99 centímetros de largo. Decidir si es posible armar el borde de un rectángulo poniendo todas las varillas una a continuación de la otra. (Si la respuesta es sí, indicar cómo se arma el rectángulo, si es no, explicar porqué.)

4 PUNTOS

2. Determinar si existen 10 enteros positivos distintos tales que su promedio sea igual a su máximo común divisor multiplicado por 6.

3 PUNTOS

Determinar si existen 10 enteros positivos distintos tales que su promedio sea igual a su máximo común divisor multiplicado por 5.

2 PUNTOS

3. Se tienen dos triángulos rectángulos. La suma de dos catetos, uno de cada triángulo, es igual a A , la suma de los otros dos catetos, uno de cada triángulo, es igual a B , y la suma de las dos hipotenusas es igual a C . Resulta que A , B y C son los lados de un triángulo rectángulo. Demostrar que en los dos triángulos originales los cocientes entre los correspondientes cateto mayor y cateto menor son iguales.

5 PUNTOS

4. Durante un año escolar Boris (que es ruso) anotó todas sus notas en matemática. En Rusia las posibles notas son cuatro: 2, 3, 4 o 5. Diremos que la nota que está por anotar es *sorprendente* si hasta ese momento, justo antes de esa nota, la nota apareció menos veces que todas las otras tres notas. (Por ejemplo, si la sucesión de notas fuera 3, 4, 2, 5, 5, 5, 2, 3, 4, 3, entonces las sorprendentes son el primer 5 y el segundo 4.) Resulta que al finalizar el año Boris tiene anotadas 40 notas y cada posible nota figura exactamente 10 veces (el orden de las notas es desconocido). Determinar si es posible saber el número de notas sorprendentes.

5 PUNTOS

PRIMER PRETORNEO 2015 MAYOR

1. Se tienen 15 números enteros distintos, no necesariamente positivos. Alex escribió todas las posibles sumas de 7 de estos números; Beto escribió todas las posibles sumas de 8 de estos números. Determinar si es posible que las listas de Alex y Beto sean iguales. (Si la respuesta es sí, dar los posibles 15 números; si es no, explicar porqué.)

4 PUNTOS

2. En un cuadrado $ABCD$ se marcan los puntos K y L de los lados AB y BC de modo que $KB = LC$. Sea P el punto de intersección de los segmentos AL y CK . Demostrar que DP y KL son perpendiculares.

5 PUNTOS

3. Durante un año escolar Boris (que es ruso) anotó todas sus notas en matemática. En Rusia las posibles notas son cuatro: 2, 3, 4 o 5. Diremos que la nota que está por anotar es *sorprendente* si hasta ese momento, justo antes de esa nota, la nota apareció menos veces que todas las otras tres notas. (Por ejemplo, si la sucesión de notas fuera 3, 4, 2, 5, 5, 5, 2, 3, 4, 3, entonces las sorprendentes son el primer 5 y el segundo 4.) Resulta que al finalizar el año Boris tiene anotadas 40 notas y cada posible nota figura exactamente 10 veces (el orden de las notas es desconocido). Determinar si es posible saber el número de notas sorprendentes.

5 PUNTOS

4. Inicialmente, sobre una mesa hay una pila de monedas de plata. La operación permitida es agregar una moneda de oro y anotar el número de monedas de plata en la lista de la izquierda o quitar una moneda de plata y anotar el número de monedas de oro en la lista de la derecha. Ocurrió que al cabo de varias operaciones permitidas solo quedaron sobre la mesa monedas de oro. Demostrar que en ese momento la suma de los números de la lista de la izquierda es igual a la suma de los números de la lista de la derecha.

5 PUNTOS

INFORMACIÓN GENERAL

0. ESTA PRUEBA ES LA PRIMERA INSTANCIA CLASIFICATORIA PARA EL 37° TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES QUE SE REALIZARÁ EN DOS RONDAS, LA PRIMERA EN OCTUBRE DE 2015 Y LA SEGUNDA EN FEBRERO DE 2016.

1. EL NIVEL JUVENIL ES PARA ALUMNOS HASTA EL 10° AÑO DE ESCOLARIDAD EN 2015, INCLUSIVE.

EL NIVEL MAYOR ES PARA ALUMNOS DESDE EL 11° AÑO DE ESCOLARIDAD EN 2015, INCLUSIVE.

2. LA PRUEBA ES INDIVIDUAL.

3. LA PRUEBA DURA 3 HORAS.

4. NO SE PUEDEN USAR LIBROS, APUNTES NI CALCULADORAS.

5. AL FINAL DE CADA PROBLEMA SE INDICA EL PUNTAJE MÁXIMO QUE SE PUEDE OBTENER POR SU RESOLUCIÓN.

6. PARA LA NOTA FINAL SÓLO SE TENDRÁN EN CUENTA LOS 3 PROBLEMAS EN LOS QUE EL PARTICIPANTE OBTENGA MAYOR PUNTAJE.

7. PARA LA CLASIFICACIÓN DEFINITIVA SÓLO SE TENDRÁ EN CUENTA LA ACTUACIÓN EN EL PRETORNEO EN EL QUE EL PARTICIPANTE OBTENGA MAYOR PUNTAJE.

8. LA SEGUNDA INSTANCIA CLASIFICATORIA PARA EL 37° TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES SE REALIZARÁ EL 22 DE JUNIO.

9. LA LISTA DE ALUMNOS CLASIFICADOS PARA EL 37° TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES SERÁ COMUNICADA A LAS SECRETARÍAS REGIONALES EL 30 DE SEPTIEMBRE.