

PRIMER PRETORNEO 2016 JUVENIL

1. ¿Es verdad que todo entero positivo puede multiplicarse por uno de los enteros 1, 2, 3, 4 o 5 de modo que el resultado comience con 1 (o sea, el primer dígito de la izquierda sea 1)? (Si la respuesta es sí, indicar, para cada número, por qué número se multiplica, si es no, explicar porqué.)

4 PUNTOS

2. Tres amigos juegan al juego “piedra – papel – tijera”. En cada ronda, los tres jugadores muestran simultáneamente una de las tres opciones. Piedra le gana a tijera, tijera le gana a papel y papel le gana a piedra. Si en una ronda se muestran exactamente dos opciones (y por supuesto, una de ellas se repite) entonces se suma 1 al puntaje del jugador o los jugadores que muestren la opción ganadora; en otro caso no se suma ningún punto a nadie. Al cabo de varias rondas resultó que cada opción se mostró el mismo número de veces. Demostrar que la suma total de puntos en ese momento era un múltiplo de 3.

5 PUNTOS

3. En un triángulo rectángulo ABC , con $C = 90^\circ$, sean K , L y M puntos de los lados AC , BC y AB respectivamente tales que $AK = BL = a$, $KM = LM = b$ y $KML = 90^\circ$. Demostrar que $a = b$.

5 PUNTOS

4. Un país tiene exactamente 100 ciudades. Cada dos de ellas están conectadas por vuelos directos (en ambas direcciones). Cada vuelo cuesta un número positivo de doblones (no necesariamente entero). Los vuelos en ambas direcciones entre dos ciudades dadas son del mismo precio. El precio promedio de todos los vuelos del país es 1 doblón. Un viajero planea visitar m ciudades utilizando m vuelos, comenzando y terminando en su ciudad natal (que es una de las m ciudades). Determinar si el viajero puede cumplir siempre su plan y gastar como mucho m doblones en total si

a) $m = 99$;

3 PUNTOS

b) $m = 100$.

3 PUNTOS

**PRIMER PRETORNEO 2016
MAYOR**

1. Sea p un número primo. Determinar la cantidad de enteros positivos n tales que pn es un múltiplo de $p+n$.

4 PUNTOS

2. Sean ABC y ABD dos triángulos rectángulos con hipotenusa común AB (D y C están del mismo lado de la recta AB). Si $AC = BC$ y DK es la bisectriz del ángulo ADB , demostrar que el centro de la circunferencia que pasa por A , C y K pertenece a la recta AD .

5 PUNTOS

3. Tres amigos juegan al juego “piedra – papel – tijera”. En cada ronda, los tres jugadores muestran simultáneamente una de las tres opciones. Piedra le gana a tijera, tijera le gana a papel y papel le gana a piedra. Si en una ronda se muestran exactamente dos opciones (y por supuesto, una de ellas se repite) entonces se suma 1 al puntaje del jugador o los jugadores que muestren la opción ganadora; en otro caso no se suma ningún punto a nadie. Al cabo de varias rondas resultó que cada opción se mostró el mismo número de veces. Demostrar que la suma total de puntos en ese momento era un múltiplo de 3.

5 PUNTOS

4. Se tiene una progresión aritmética creciente e infinita. Se construye una nueva sucesión de la siguiente manera: su primer término es la suma de varios de los primeros términos de la sucesión original, su segundo término es la suma de varios de los siguientes términos de la sucesión original y así siguiendo. ¿Es posible que la nueva sucesión sea una progresión geométrica?

6 PUNTOS

INFORMACIÓN GENERAL

0. ESTA PRUEBA ES LA PRIMERA INSTANCIA CLASIFICATORIA PARA EL 38° TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES QUE SE REALIZARÁ EN DOS RONDAS, LA PRIMERA EN OCTUBRE DE 2016 Y LA SEGUNDA EN FEBRERO DE 2017.

1. EL NIVEL JUVENIL ES PARA ALUMNOS HASTA EL 10° AÑO DE ESCOLARIDAD EN 2016, INCLUSIVE.

EL NIVEL MAYOR ES PARA ALUMNOS DESDE EL 11° AÑO DE ESCOLARIDAD EN 2016, INCLUSIVE.

2. LA PRUEBA ES INDIVIDUAL.

3. LA PRUEBA DURA 3 HORAS.

4. NO SE PUEDEN USAR LIBROS, APUNTES NI CALCULADORAS.

5. AL FINAL DE CADA PROBLEMA SE INDICA EL PUNTAJE MÁXIMO QUE SE PUEDE OBTENER POR SU RESOLUCIÓN.

6. PARA LA NOTA FINAL SÓLO SE TENDRÁN EN CUENTA LOS 3 PROBLEMAS EN LOS QUE EL PARTICIPANTE OBTENGA MAYOR PUNTAJE.

7. PARA LA CLASIFICACIÓN DEFINITIVA SÓLO SE TENDRÁ EN CUENTA LA ACTUACIÓN EN EL PRETORNEO EN EL QUE EL PARTICIPANTE OBTENGA MAYOR PUNTAJE.

8. LA SEGUNDA INSTANCIA CLASIFICATORIA PARA EL 38° TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES SE REALIZARÁ EL 21 DE JUNIO.

9. LA LISTA DE ALUMNOS CLASIFICADOS PARA EL 38° TORNEO INTERNACIONAL DE LAS CIUDADES SERÁ COMUNICADA A LAS SECRETARÍAS REGIONALES EL 30 DE SEPTIEMBRE.