

20^a Competencia de MateClubes

Ronda Final – Primer Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, dar la respuesta y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: Código del club: 20 – 1 –

Localidad: Provincia:

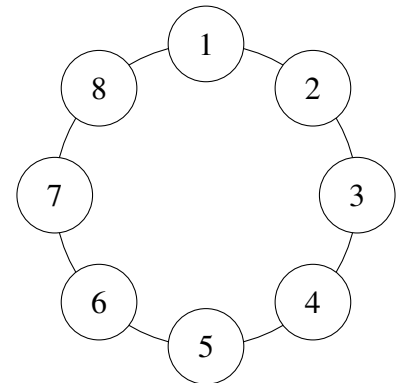
Integrantes presentes:

1. Nico quiere completar la figura con doce números enteros distintos de manera que todas las cuentas resulten correctas.

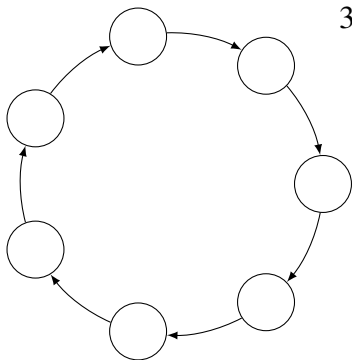
$$\begin{array}{r} \square \div \square = \square \\ \square \times \square = \square \\ \square - \square = \square \\ \square + \square = \square \end{array}$$

¿Puede hacerlo con los números del 1 al 12? ¿Y con doce de los números del 1 al 13?

2. En el techo de la habitación de Rafa hay 8 lámparas colocadas en forma circular. Cada lámpara tiene un botón. Al apretar el botón de una lámpara, esa lámpara y las dos vecinas cambian de estado (si estaban prendidas se apagan y si estaban apagadas, se prenden). Por ejemplo, si aprieta el botón de la lámpara 8, cambian de estado las lámparas 7, 8 y 1.



Inicialmente están todas apagadas. ¿Cuál es la mínima cantidad de botones que tiene que apretar Rafa para que las lámparas 1, 4 y 7 queden prendidas y todo el resto apagadas?
¿Por qué no puede lograrlo apretando menos botones?



3. Leonardo quiere completar los círculos de la figura escribiendo un número distinto en cada círculo. Quiere que cada número sea de dos cifras, y que el dígito de las unidades de cada número que escribe coincida con el dígito de las decenas del número siguiente. Además, quiere que la suma de los 7 números sea lo más grande posible. ¿Cómo puede hacerlo? ¿Por qué no puede lograr que la suma sea mayor? ¿Qué números pudo haber usado? Dar todas las posibilidades. Para cada posibilidad mostrar una manera de completar la figura con esos números.

20^a Competencia de MateClubes

Ronda Final – Segundo Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, dar la respuesta y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: Código del club: 20 – 2 –

Localidad: Provincia:

Integrantes presentes:

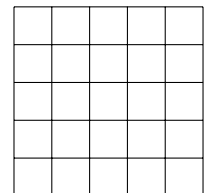
1. Nico quiere completar la figura con diez números naturales distintos de manera que todas las cuentas resulten correctas.

$\begin{array}{c} \square \\ \times \\ \hline \square + \square = \square \\ = \\ \square \end{array}$	$\begin{array}{c} \square \\ \div \\ \hline \square - \square = \square \\ = \\ \square \end{array}$
--	--

Quiere que la suma total de los números que escribe sea lo más chica posible. ¿Cómo puede hacerlo? ¿Por qué no puede lograr que la suma sea menor?

2. Mario escribe todos los números del 000 al 999 en un cuaderno, un número por renglón (los números que tienen menos de 3 dígitos los completa con ceros al principio). Por ejemplo, en los primeros tres renglones escribe 000, 001, 002 y en los últimos tres renglones escribe 997, 998, 999. Luego subraya todos los números que escribió que NO tienen dígitos pares consecutivos. Por ejemplo, subraya los números 872 y 015, pero no subraya los números 089 y 462. ¿Cuántos números subraya Mario? Si Betty escribe todos los números del 0000 al 9999, ¿cuántos números subraya Betty?

3. En un tablero de 5×5 hay una lámpara en cada casilla. Inicialmente todas las lámparas están apagadas. Cada lámpara tiene un botón que, al apretarlo, cambia de estado la lámpara (si estaba apagada se prende y si estaba prendida se apaga). En cada turno, Rafa elige 4 lámparas vecinas formando un bloque de 2×2 como se ve en la figura y aprieta el botón de todas las lámparas del bloque.



Haciendo esta operación tantas veces como quiera, ¿cuál es la mayor cantidad de lámparas que puede dejar prendidas? ¿Por qué no pueden quedar más lámparas prendidas?

20^a Competencia de MateClubes

Ronda Final – Tercer Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, dar la respuesta y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: Código del club: 20 – 3 –

Localidad: Provincia:

Integrantes presentes:

1. Ana dice un número capicúa de 3 dígitos, Betty dice un número capicúa de 4 dígitos y Carlos dice otro número capicúa de 4 dígitos.

Si la diferencia entre el número de Betty y el número de Ana es igual a la diferencia entre el número de Carlos y el de Betty, ¿cuál es número más grande que puede haber dicho Carlos?

ACLARACIÓN: Un número es *capicúa* si se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. Por ejemplo, 1221 es capicúa y 435 no.

2. Mario escribe todos los números del 00000 al 99999 en un cuaderno, un número por renglón (los números que tienen menos de 5 dígitos los completa con ceros al principio).

Por ejemplo, en los primeros tres renglones escribe 00000, 00001, 00002 y en los últimos tres renglones escribe 99997, 99998, 99999.

Luego subraya todos los números que escribió que NO tienen dígitos pares consecutivos.

Por ejemplo, subraya los números 87213 y 01545 pero no subraya los números 08993 y 74625.

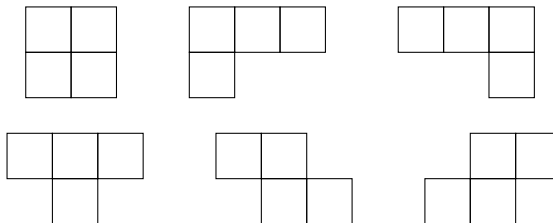
¿Cuántos números subraya Mario?

Si Rafa escribe todos los números del 000000 al 999999, ¿cuántos números subraya Rafa?

3. Patricia quiere ubicar en un tablero de 5×5 todas las piezas que se ven en las figuras de manera que no se superpongan y queden completamente contenidas en el tablero. Las piezas se pueden girar pero no dar vuelta. Cada pieza debe ocupar exactamente cuatro cuadraditos del tablero.

¿Puede Patricia realizar su tarea? En caso de que pueda, ¿cuáles son los cuadraditos que pueden quedar sin cubrir? Dar todas las posibilidades.

Para cada posibilidad, mostrar una forma de ubicar las piezas en el tablero dejando ese cuadradito sin cubrir.



20^a Competencia de MateClubes

Ronda Final – Cuarto Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, dar la respuesta y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: Código del club: 20 – 4 –

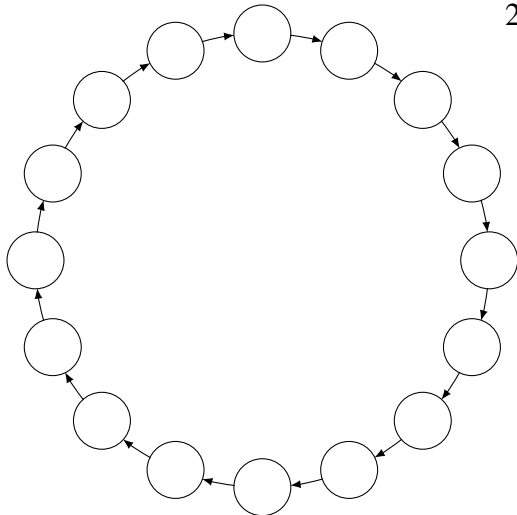
Localidad: Provincia:

Integrantes presentes:

1. Ana dice un número capicúa de 3 dígitos, Betty dice un número capicúa de 4 dígitos y Carlos dice otro número capicúa de 4 dígitos.

Si la suma de los números de Carlos y Ana es igual al doble del número que dijo Betty, ¿cuál es el número más grande que puede haber dicho Betty?

ACLARACIÓN: Un número es *capicúa* si se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. Por ejemplo, 1221 es capicúa y 435 no.



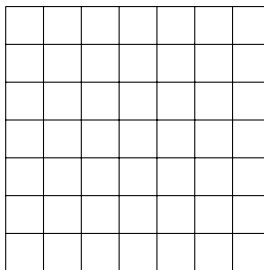
2. Leonardo quiere completar los círculos de la figura escribiendo un número distinto en cada círculo.

Quiere que cada número sea de dos cifras, y que el dígito de las unidades de cada número que escribe coincida con el dígito de las decenas del número siguiente.

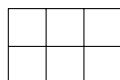
Además, quiere que la suma de los 16 números sea lo más chica posible.

¿Cómo puede hacerlo? ¿Por qué no puede lograr que la suma sea menor?

3. En un tablero de 7×7 hay una lámpara en cada casilla. Inicialmente todas las lámparas están apagadas.



Cada lámpara tiene un botón que, al apretarlo, cambia de estado la lámpara (si estaba apagada se prende y si estaba prendida se apaga). En cada turno, Rafa elige 6 lámparas formando un bloque de 2×3 como se ve en la figura (no puede rotarlo) y aprieta el botón de todas las lámparas del bloque.



Haciendo esta operación tantas veces como quiera, ¿cuál es la mayor cantidad de lámparas que puede dejar prendidas? ¿Por qué no pueden quedar más lámparas prendidas?

20^a Competencia de MateClubes

Ronda Final – Quinto Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, dar la respuesta y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: Código del club: 20 – 5 –

Localidad: Provincia:

Integrantes presentes:

1. Ana dice un número capicúa de 3 dígitos, Betty dice otro número capicúa de 3 dígitos y Carlos dice un número capicúa de 4 dígitos.

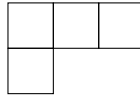
Si la suma de los números de Carlos y Ana es igual al doble del número que dijo Betty, ¿qué números puede haber dicho Carlos? Dar todas las posibilidades.

ACLARACIÓN: Un número es *capicúa* si se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. Por ejemplo, 1221 es capicúa y 435 no.

2. Flora tiene varias piezas como se muestran en la figura y quiere ubicarlas en un tablero de 7×7 de manera que no se superpongan, que queden completamente contenidas en el tablero y que quede solamente un cuadradito vacío. Las piezas se pueden girar y dar vuelta.

¿Puede Flora realizar su tarea? En caso de que pueda, ¿cuál es el cuadradito que queda sin cubrir? Dar todas las posibilidades.

Para cada posibilidad, mostrar una forma de ubicar las piezas en el tablero dejando ese cuadradito sin cubrir.



3. Mario y Rafa juegan al siguiente juego.

Empieza Rafa y cada uno, por turnos, dice un número natural del 1 al 100. No pueden decir ninguno de los números que ya fueron dichos antes.

Una vez que dijeron tres números cada uno, Mario calcula el producto de los 3 números que dijo y tiene que darle a Rafa tantos caramelos como la diferencia entre 1000 y el resultado del producto.

El objetivo de Rafa es ganar la mayor cantidad de caramelos posible. Si Mario quiere darle la menor cantidad posible de caramelos a Rafa, ¿cómo le conviene jugar? ¿cuántos caramelos tiene que darle? ¿por qué no puede asegurarse darle menos?