

21^a Competencia de MateClubes 2018

Ronda Final – Primer Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: Código del club: 21- 1 -

Localidad: Provincia:

Integrantes:

1. En la familia Pérez, Abril es la hija mayor, Bruno el hijo del medio y Ceci la hija menor.
 Se sabe que la diferencia de edad entre Abril y Bruno es mayor a la diferencia de edad entre Bruno y Ceci.
 Dentro de dos años, la edad de Abril será menor que el triple de la suma de las edades de Bruno y Ceci.
 Si actualmente entre los tres suman 30 años, ¿qué edades tienen? Dar todas las posibilidades y explicar cómo las contaron.

2. Mario elige 4 números mayores o iguales que 101 y menores o iguales que 999 que sumados dan 1200. De esos números se sabe que:

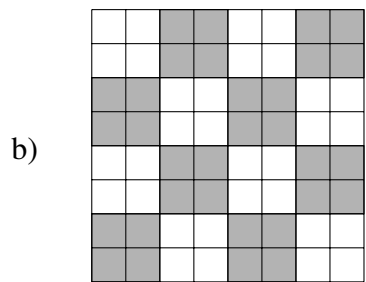
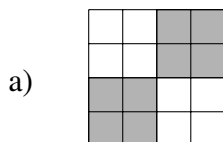
- Todos los números empiezan con un dígito distinto.
- Todos los números terminan con un dígito distinto.
- Hay dos números cuya suma da como resultado un múltiplo de 100.
- Hay dos números que tienen los mismos dígitos pero en orden inverso (por ejemplo, 572 y 275).

Ana le da a Mario tantos caramelos como el mayor de los números que pensó Mario. Si Mario quiere recibir la mayor cantidad posible de caramelos, ¿cuántos caramelos puede recibir? ¿Qué números puede elegir para obtener esa cantidad de caramelos?

3. Lorena juega con una moneda sobre un tablero con casillas blancas y negras. La moneda tiene una cara blanca y la otra cara negra.

Lorena comienza el juego colocando la moneda en la casilla de la esquina superior izquierda del tablero, apoyada sobre cualquiera de las dos caras. En cada jugada, Lorena elige mover la moneda una casilla hacia abajo o una casilla hacia la derecha. Cada vez que mueve la moneda, la da vuelta (es decir, cambia la cara de la moneda que queda apoyada). Lorena gana un punto por cada vez que la cara apoyada de la moneda coincide con el color de la casilla del tablero. El juego termina cuando la moneda llega a la casilla de la esquina inferior derecha.

Para cada uno de los siguientes tableros, ¿cuál es el mayor puntaje que puede obtener Lorena? ¿Por qué no puede lograr ganar más puntos? Mostrar una forma de jugar que haga que Lorena obtenga el mayor puntaje posible.



21^a Competencia de MateClubes 2018

Ronda Final – Segundo Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: Código del club: 21– 2 –

Localidad: Provincia:

Integrantes:

- Mario piensa 5 números distintos mayores o iguales que 101 y menores o iguales que 999 que sumados dan 1000. De esos números se sabe que:
 - Hay al menos 3 números que empiezan con el mismo dígito.
 - Hay al menos 3 números que terminan con el mismo dígito.
 - Hay dos números cuya suma da como resultado un múltiplo de 100.
 - Hay dos números que tienen la misma suma de sus dígitos.

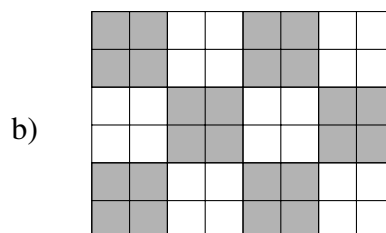
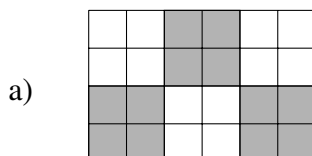
Ana le da a Mario tantos caramelos como el mayor de los números que pensó Mario. Si Mario quiere recibir la mayor cantidad posible de caramelos, ¿cuántos caramelos puede recibir? ¿Qué números piensa?

- En la familia Pérez, Abril es la hija mayor, Bruno el hijo del medio y Ceci la hija menor. Se sabe que la diferencia de edad entre Abril y Bruno es mayor a la diferencia de edad entre Bruno y Ceci. Hace cinco años, la edad de Abril era menor que el doble de la suma de las edades de Bruno y Ceci. Si actualmente entre los tres suman 60 años, ¿qué edades tienen? Dar todas las posibilidades y explicar cómo las contaron.

- Lorena juega con una moneda sobre un tablero con casillas blancas y negras. La moneda tiene una cara blanca y la otra cara negra.

Lorena comienza el juego colocando la moneda en la casilla de la esquina superior izquierda del tablero, apoyada sobre cualquiera de las dos caras. En cada jugada, Lorena elige mover la moneda una casilla hacia abajo o una casilla hacia la derecha. Cada vez que mueve la moneda, la da vuelta (es decir, cambia la cara de la moneda que queda apoyada). Lorena gana un punto por cada vez que la cara apoyada de la moneda coincide con el color de la casilla del tablero. El juego termina cuando la moneda llega a la casilla de la esquina inferior derecha.

Para cada uno de los siguientes tableros, ¿cuál es el mayor puntaje que puede obtener Lorena? ¿Por qué no puede lograr ganar más puntos? Mostrar una forma de jugar que haga que Lorena obtenga el mayor puntaje posible.



21^a Competencia de MateClubes 2018

Ronda Final – Tercer Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: Código del club: 21– 3 –

Localidad: Provincia:

Integrantes:

1. Mario piensa 5 números distintos mayores o iguales que 101 y menores o iguales que 999 que sumados dan 1000. De esos números se sabe que:

- Hay al menos 3 números que empiezan con el mismo dígito.
- Hay al menos 3 números que terminan con el mismo dígito.
- Hay dos números cuya suma da como resultado un múltiplo de 100.
- Hay un número que es un múltiplo de otro de los números.

Ana le da a Mario tantos caramelos como el mayor de los números que pensó Mario. Si Mario quiere recibir la mayor cantidad posible de caramelos, ¿cuántos caramelos puede recibir? ¿Qué números elige?

2. Un número formado por algunos de los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7, sin dígitos repetidos se dice *lindo* si cumple la siguiente propiedad:

A partir del segundo dígito, de izquierda a derecha, cada dígito es divisor del número formado por los dígitos que están a su izquierda.

Por ejemplo, 4271 es *lindo* pues todos sus dígitos están entre 1 y 7 y son distintos entre sí, y además, 2 es divisor de 4, 7 es divisor de 42 y 1 es divisor de 427.

Encontrar el mayor número *lindo* y explicar por qué es el más grande.

3. Ana y Beto juegan a un juego. Inicialmente Ana dice un número entero mayor o igual que 1 y menor o igual que 1000. Luego, por turnos de manera alternada comenzando por Beto, van diciendo números de la siguiente manera:

- Si es el turno de Beto, multiplica por 4 al último número que dijo Ana, le suma 3 al número que obtiene y dice el resultado final.
- Si es el turno de Ana, multiplica por 2 al último número que dijo Beto, le suma 1 al número que obtiene y dice el resultado final.

El que dice por primera vez un número mayor que 10000, gana.

¿Qué números puede elegir Ana inicialmente para lograr ganar? Explicar por qué.

21^a Competencia de MateClubes 2018

Ronda Final – Cuarto Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: Código del club: 21- 4 -

Localidad: Provincia:

Integrantes:

1. Un número sin dígitos repetidos ni cero se dice *lindo* si cumple la siguiente propiedad:

A partir del segundo dígito, de izquierda a derecha, cada dígito es divisor del número formado por los dígitos que están a su izquierda.

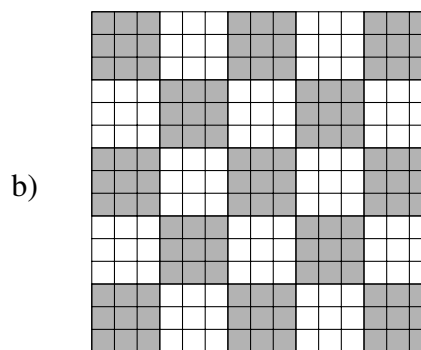
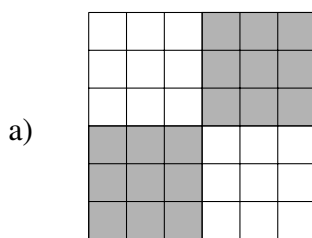
Por ejemplo, 4271 es *lindo* pues todos sus dígitos son distintos entre si, ninguno es cero y 2 es divisor de 4, 7 es divisor de 42 y 1 es divisor de 427.

Encontrar el mayor número *lindo* y explicar por qué es el más grande.

2. Lorena juega con una moneda sobre un tablero con casillas blancas y negras. La moneda tiene una cara blanca y la otra cara negra.

Lorena comienza el juego colocando la moneda en la casilla de la esquina superior izquierda del tablero, apoyada sobre cualquiera de las dos caras. En cada jugada, Lorena elige mover la moneda una casilla hacia abajo o una casilla hacia la derecha. Cada vez que mueve la moneda, la da vuelta (es decir, cambia la cara de la moneda que queda apoyada). Lorena gana un punto por cada vez que la cara apoyada de la moneda coincide con el color de la casilla del tablero. El juego termina cuando la moneda llega a la casilla de la esquina inferior derecha.

Para cada uno de los siguientes tableros, ¿cuál es el mayor puntaje que puede obtener Lorena? ¿Por qué no puede lograr ganar más puntos? Muestren una forma de jugar que haga que Lorena obtenga el mayor puntaje posible.



3. Rafa tiene un dado con sus seis caras en blanco. Quiere poner números enteros positivos en las caras, sin que haya dos caras con el mismo número, y de manera que, para cada vértice, el producto de los tres números de las caras que tocan ese vértice sea menor o igual a 61.

Calcular cuántos dados distintos puede fabricar con estas condiciones y explicar por qué son todos.
 Aclaración: Dos dados son distintos si no se puede obtener uno del otro girándolo de manera que coincidan los números en sus caras.

21^a Competencia de MateClubes 2018

Ronda Final – Quinto Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: Código del club: 21- 5 -

Localidad: Provincia:

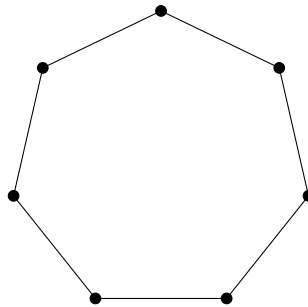
Integrantes:

1. a) Mario tiene un polígono regular de 7 lados (es decir tiene todos sus 7 lados de igual longitud y todos los ángulos entre los lados iguales).

Mario elige tres lados del polígono y dibuja las tres rectas que contienen a esos lados.

El objetivo de Mario es que las tres rectas se corten formando un triángulo tal que el polígono quede encerrado adentro del triángulo.

¿De cuántas formas puede elegir los tres lados?



- b) ¿Y si el polígono regular tiene 17 lados?

En cada caso, calcular la cantidad de maneras que Mario puede elegir los tres lados y explicar cómo las contaron.

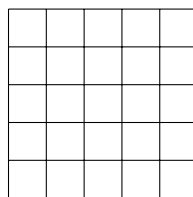
2. Rafa tiene un dado con sus seis caras en blanco. Quiere poner números enteros positivos en las caras, sin que haya dos caras con el mismo número, y de manera que, para cada vértice, el producto de los tres números de las caras que tocan ese vértice sea menor o igual a 71.

Calcular cuántos dados distintos puede fabricar con estas condiciones y explicar por qué son todos.

Aclaración: Dos dados son distintos si no se puede obtener uno del otro girándolo de manera que coincidan los números en sus caras.

3. a) Betty tiene una grilla de 5×5 . Quiere pintar cada casilla de blanco o negro, de modo que cada cuadrado de 2×2 tenga dos casillas blancas y dos casillas negras.

¿De cuántas maneras distintas puede hacerlo?



- b) ¿Y si la grilla es de 2018×2018 ?

Explicar cómo las contaron.