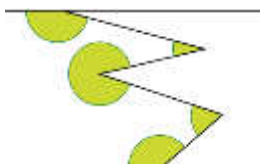


Problemas:

Estos problemas o una ligera variación de los mismos serán tomados en la primera ronda de *Cuentos con cuenta en Literatura y Matemática* del presente año.

Nivel Elemental:

E1 Una poligonal une dos paralelas dividiendo la franja limitada por las paralelas en dos regiones. Hallar la suma de los ángulos de la poligonal marcados en una de las regiones. ¿y cuál es la suma de los ángulos en la otra región?



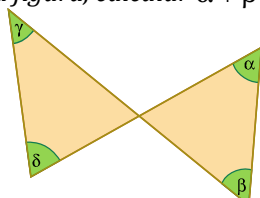
E2 Hallar la suma de los ángulos interiores y la suma de los ángulos exteriores de los siguientes polígonos dados.

¿Y cuánto dan las sumas consideradas anteriormente para un polígono convexo de 2012 lados?

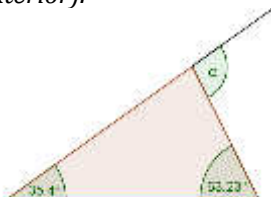
Un polígono es convexo si dados dos puntos del mismo, el segmento que los une está contenido en el polígono.



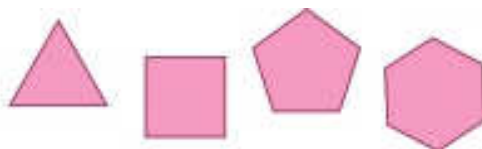
E3 Dados los ángulos marcados en la figura, calcular $\alpha + \beta - \gamma - \delta$:

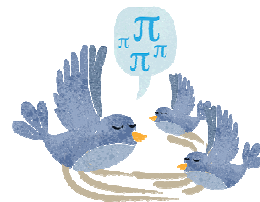


E4 Calcular el valor de \square (ángulo exterior).

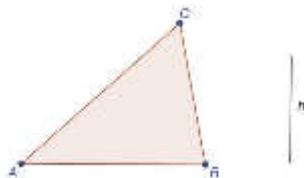


E5 Determinar el valor de los ángulos interiores y exteriores de un polígono regular de 3, 4, 5 y 6 lados.





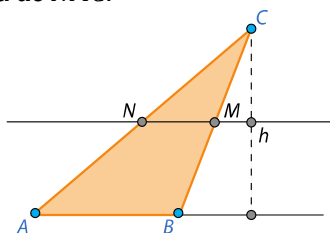
E6 Dado un triángulo ABC , construir con regla y compás, otro triángulo de igual área que ABC y una de las alturas de longitud h dada.



E7 Dado un paralelogramo cuyos vértices son los puntos medios de los lados de un cuadrilátero, dibujar dos de estos cuadriláteros.

E8 En el paralelogramo $ABCD$ el ángulo en el vértice A es 30° . ¿Cuánto miden los ángulos en los vértices restantes?

E9 Dado el triángulo ABC de área 20 cm^2 y altura h respecto del lado AB , por el punto medio D de h se traza la paralela a AB que corta a los lados AC y BC en los puntos N y M respectivamente. Calcular el área de NMC .



E10 Usando regla y compás, dividir un segmento AB por un punto C tal que

$$\frac{AC}{CB} = \frac{3}{4}$$

E11 Entre los cuadriláteros cuyas diagonales miden 2 cm y se cortan en sus puntos medios, ¿Cuál es el área máxima? ¿Hay uno de área mínima? Sugerencia: usar un programa de geometría dinámica como CABRI GEOMETRE o GEO-GEBRA para visualizar la situación y experimentar.

E12 En el cuadrilátero $ABCD$, el triángulo ABC tiene área 5 cm^2 y el triángulo ACD tiene área 7 cm^2 . ¿En qué relación corta la diagonal AC a la diagonal BD ?

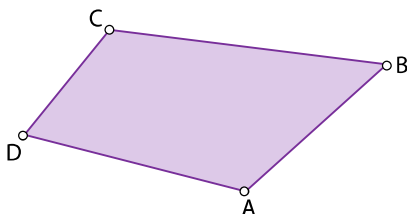
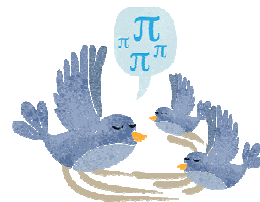
E13 Por cada vértice de un triángulo dado, se trazan paralelas al correspondiente lado opuesto. Estas rectas delimitan un triángulo de 20 cm^2 de área. Hallar el área del triángulo dado.

E14 En el triángulo ABC de área 9 cm^2 . Usando regla y compás trazar una recta por uno de sus vértices que divida al triángulo ABC en dos triángulos, uno de área 2 cm^2 y otro de área 7 cm^2 .

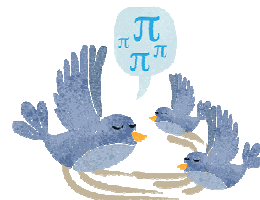
E15 Dado el cuadrilátero $ABCD$, construir con regla y compás un triángulo de la misma área.



XIX Concurso de Literatura y Matemática "Cuentos con Cuentas" - 2015



E16 En un cubo de 1 cm de arista se consideran todos los triángulos cuyos vértices son vértices del cubo. ¿Cuántos triángulos hay? ¿Cuántos son equiláteros? ¿Cuántos son rectángulos? ¿Cuántos son isósceles no equiláteros? ¿Cuánto miden sus áreas?



M1 Una secretaria ha escrito cinco cartas distintas dirigidas a cinco señores diferentes. También ha escrito en cinco sobres los nombres y direcciones de cada uno de estos señores y mete al azar cada carta en uno de los sobres.

a) ¿Cuántas formas distintas hay de llenar los sobres haciéndolo de esta forma? b) ¿En cuántos de los casos anteriores el señor Pérez, por ejemplo, tendría su carta dentro de su sobre?



M2 Naufragué en la isla de la **Verdira**, donde sabía que cada indígena o decía siempre la verdad o decía siempre la falsedad. Me encontré con tres salvajes A, B, C, sentados en el tronco de un árbol. Pregunté a A si él era de los mentirosos o de los verdaderos. Debía de ser tan vergonzoso que me habló muy bajo y no pude oír lo que decía. Pregunté a B: «¿Qué ha dicho?». Entonces B me contestó: «A ha dicho que él es de los verdaderos». En esto C me dijo: «B está mintiendo». ¿Me puedes decir si C era mentiroso o verdadero?



M3 ¿Cuántos menús distintos se pueden confeccionar eligiendo entre dos primeros platos diferentes, tres segundos y dos postres?

M4 Armando, Basilio, Carlos y Dionisia fueron, con sus mujeres, a comer. En el restaurante, se sentaron en una mesa redonda, de forma que:

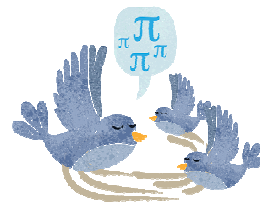
- ninguna mujer se sentaba al lado de su marido;
- enfrente de Basilio se sentaba Dionisia;
- a la derecha de la mujer de Basilio se sentaba Carlos;
- no había dos mujeres juntas.

¿Quién se sentaba entre Basilio y Armando? (Haz un diagrama.)

M5 En un triángulo equilátero de área 1 dm^2 construye un cuadrado que tenga su base en un lado del triángulo y dos vértices en los otros dos lados. ¿Cuánto mide el área del cuadrado? (Imagínate el problema resuelto. Haz un dibujo.)



XIX Concurso de Literatura y Matemática “Cuentos con Cuentas” - 2015



M6 Un padre, para estimular a su hijo a que estudie matemáticas, promete darle 30 denarios por cada ejercicio bien resuelto pero, por cada uno que esté mal, el hijo le dará 20 en la misma moneda. Ya van por el ejercicio 26, y el muchacho recibe de su padre 380 denarios ¿Cuántos ejercicios ha resuelto y cuántos mal?

M7 En una cuadrícula de 10×7 cuadrados, ¿cuántos caminos, lo más cortos posibles, pueden llevar de un vértice del extremo al extremo opuesto?

M8 El radio del Sol es de 696.450 km.

a) ¿Cuál es su perímetro? ¿Qué valor de π tienes que tomar para aproximar hasta los kilómetros, 3; 3,14; 3,1416; 3,141592?

b) ¿Cuál es su superficie? (Superficie de una esfera = $4\pi r^2$) Calcúlalo tomando como valor de π : 3,14; 3,1416; 3,141592 y compara los resultados obtenidos.

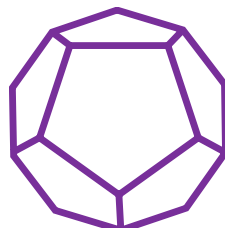
M9 De las 30 preguntas de que consta un test, se debe contestar a veinte. ¿De cuántos modos se pueden elegir esas veinte preguntas? Si las diez primeras preguntas son obligatorias, ¿de cuántos modos se pueden elegir las otras diez?

M10 El alfabeto Morse utiliza los signos \bullet y $—$. Utilizando como máximo cuatro de estos signos, ¿cuántas secuencias distintas puedes formar?

M11 Diez amigos hacen una excursión en bicicleta y van en fila india. ¿De cuántas formas distintas pueden ir ordenados en la fila?

M12 Un padre repartió entre sus cuatro hijos 39 vacas. Al primero quería dejarle la mitad de las vacas, al segundo la cuarta parte, al tercero la octava parte y al cuarto la décima parte. No sabía cómo hacerlo hasta que un vecino le prestó una vaca más: con 40 vacas pudo dar al primero 20, al segundo 10, al tercero 5 y al cuarto 4, y devolvió la vaca al vecino. ¿Lo hizo bien? ¿Podrías explicar qué ocurre?

M13 Un dodecaedro regular, ¿cuántas diagonales tiene? ¿Cuántos triángulos se pueden formar con sus vértices?



M14 Si las Naciones Unidas decidiesen que cada uno de los 6.000 millones de habitantes del planeta tuviese una matrícula formada por 6 letras, ¿nos bastaría con usar las 26 letras anteriores para formar las matrículas? ¿Cuántas letras tendrían que tener como mínimo las matrículas?

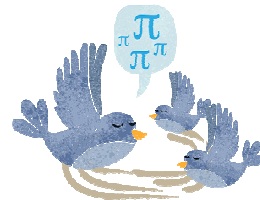
M15 Un solar en forma de rectángulo tiene la diagonal de 420 m de largo y un lado de 255 metros.

a) Calcula el otro lado.

b) ¿Cuál es el precio de venta del solar si el m^2 vale 10.000 pesos?



XIX Concurso de Literatura y Matemática “Cuentos con Cuentas” - 2015



M16 Le pregunté a mi padre: ¿Cuánto vale el chocolate con churros en la cafetería de la esquina?

–No sé, nunca me he fijado.

–Pero hombre... lo acabamos de tomar mamá, la abuela, mis dos hermanas, tú y yo. ¿Cuánto has pagado?

–Algo más de 700 pesetas.

–El domingo pasado además de nosotros seis. invitaste a dos amigos míos. ¿Cuánto pagaste?

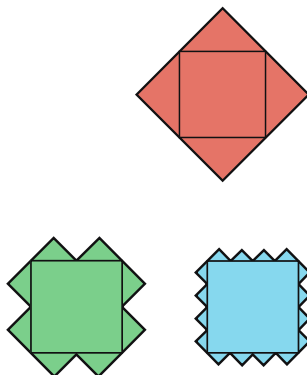
–Era poco menos de 1.000, pues puse un billete y dejé la vuelta.

¿Cuánto vale el chocolate con churros en la cafetería de la esquina?

S1 ¿Qué relación existe entre las alturas de dos cilindros que tienen la misma base y el volumen de uno es el doble del otro?

S2 El polonio 210 es radioactivo y su período de semi-desintegración es de 140 días. Un kilo de esta sustancia, ¿cuántos días tardaría en reducirse a 125 gramos?

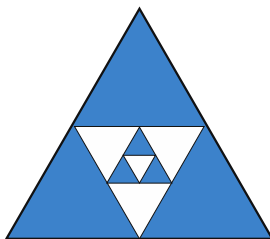
S3 Dibuja un cuadrado de lado y , sobre cada lado, un triángulo isósceles, como indica la figura. Luego, dibuja dos triángulos. Luego cuatro; y así sucesivamente. Forma la sucesión de los perímetros de las figuras obtenidas. ¿Cuál es su límite? Forma también la sucesión de las áreas. ¿Cuál es su límite?

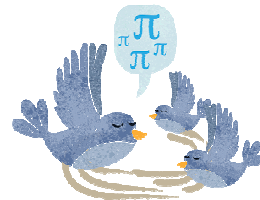


S4 Construimos, en papel, un triángulo equilátero de área 1 dm^2 . Cortamos las tres esquinas por los puntos medios de los lados y los dejamos sobre la mesa. En el nuevo triángulo, volvemos a hacer lo mismo; y así sucesivamente.

a) Forma la sucesión de las áreas dejadas sobre la mesa. ¿Tiene límite? ¿Cuál es?

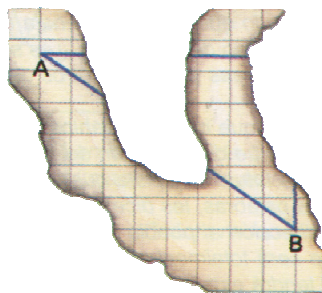
b) Forma la sucesión de las áreas de los triángulos que nos quedamos en la mano. ¿Tiene límite? ¿Cuál es?





S5 Teníamos un triángulo dibujado en un folio de papel cuadriculado; se nos quemó pero pudimos recuperar lo que aquí se ve:

¿Sabrías obtener las longitudes de los lados y el valor de los ángulos, sin necesidad de tocar el papel, que está tostado y es sumamente quebradizo?

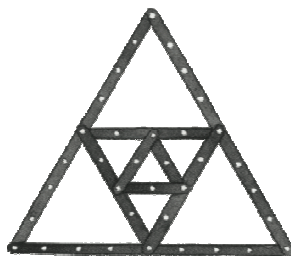


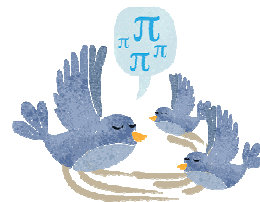
S6 En la novela de Julio Verne *La vuelta al mundo en 80 días*, el protagonista se encuentra con que dispone de un día más de lo previsto. ¿A qué se debe eso? ¿En qué dirección –este u oeste– realizó el viaje? ¿Qué hubiera ocurrido si hubiera hecho el viaje en dirección contraria?

S7 En un triángulo equilátero de lado l se unen los puntos medios de cada lado y se obtiene un nuevo triángulo equilátero. En este triángulo, volvemos a repetir el proceso. Y así, sucesivamente. Escribe la sucesión de perímetros de triángulo que se va formando. ¿Cuál será el perímetro del triángulo que resulte después de repetir la operación un gran número de veces?

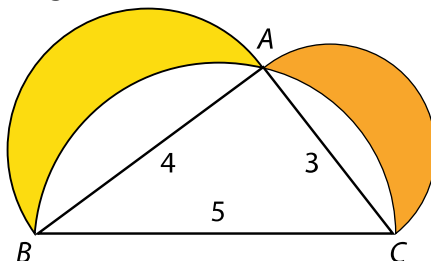
S8 En la novela de Julio Verne *La vuelta al mundo en 80 días*, el protagonista se encuentra con que dispone de un día más de lo previsto. ¿A qué se debe eso? ¿En qué dirección –este u oeste– realizó el viaje? ¿Qué hubiera ocurrido si hubiera hecho el viaje en dirección contraria?

S9 En un triángulo equilátero de lado l se unen los puntos medios de cada lado y se obtiene un nuevo triángulo equilátero. En este triángulo, volvemos a repetir el proceso. Y así, sucesivamente. Escribe la sucesión de perímetros de triángulo que se va formando. ¿Cuál será el perímetro del triángulo que resulte después de repetir la operación un gran número de veces?





S10 El triángulo ABC de la figura es rectángulo en A . ¿Podrías demostrar que el área sombreada es igual a la del triángulo ABC ?



Como ves, no siempre aparece el número π al calcular el área de una figura descrita a través de círculos.

S11 Un objeto circular va aumentando de tamaño con el tiempo, de forma que su radio r viene dado por $r = 3t + 2$ siendo t el tiempo en minutos y r el radio en cm ¿cuál es la velocidad de crecimiento del radio? ¿Y del área?

S12 Una noria tiene un eje de 20 metros y gira tardando 30 segundos en dar cada vuelta. Nos fijamos en uno de los cestillos. Representa la curva tiempo \rightarrow distancia al suelo.

S13 Llamamos inflación a la pérdida del valor adquisitivo del dinero; es decir, si un artículo que costó 100 pesos, al cabo de un año cuesta 115 pesos, la inflación habrá sido del 15%. Supongamos una inflación constante del 15% anual. Cuánto costará dentro de 10 años un terreno que hoy cuesta cinco millones de pesos?

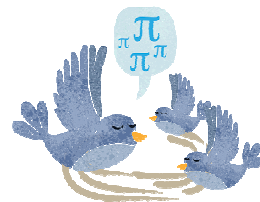
S14 Dos pequeñas lanchas ayudan a que un gran barco salga de su embarcadero. Una de las lanchas está tirando de él con una fuerza de 200 N mientras que la otra lo hace con una fuerza de 150 N.

La primera lancha toma una dirección que forma un ángulo de 25° . ¿Qué dirección debe tomar la otra lancha para que el barco salga paralelamente al espigón?

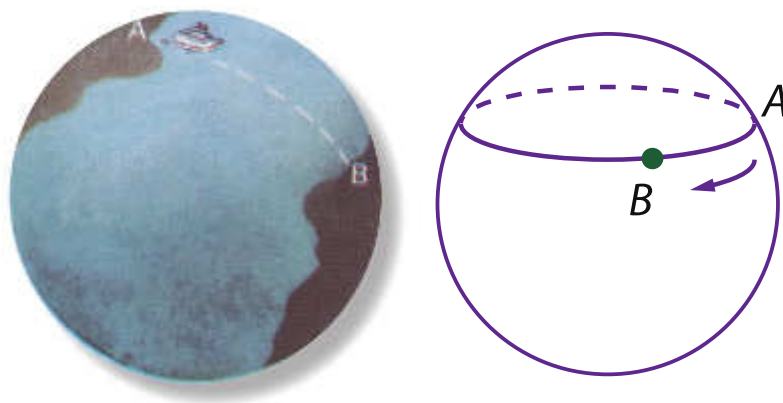
S15 En un laboratorio se cultivan amebas que, como sabes, se reproducen por bipartición, y se está estudiando la evolución del número de amebas del cultivo con el paso del tiempo. Se ha obtenido la siguiente tabla:

Tiempo (horas)	0	1	2	3	... t
Amebas (miles)	1	1 001	3 001	1 6001	... $1 + 500t + 500t^2$

Calcula la velocidad media de reproducción en la primera hora, la velocidad media entre la segunda y la tercera hora y la velocidad media entre la tercera y la décima hora.



S16 Un barco va de un punto A situado en las costas de África de 30° latitud N y 10° longitud oeste a otro B en las costas de América de 30° latitud N y 80° longitud oeste, siguiendo el paralelo común. ¿Qué distancia ha recorrido? ¿Qué distancia recorrería si la diferencia de longitudes de los dos puntos fuera de 180° ? ¿Qué distancia recorrería en este último caso si pudiera navegar de un punto a otro siguiendo un arco de círculo máximo.



S17 En una carretera hay una limitación de velocidad de 100 km/h . Un automóvil la recorre siendo su ecuación del movimiento

$$y = -10t^3 + 56t^2$$

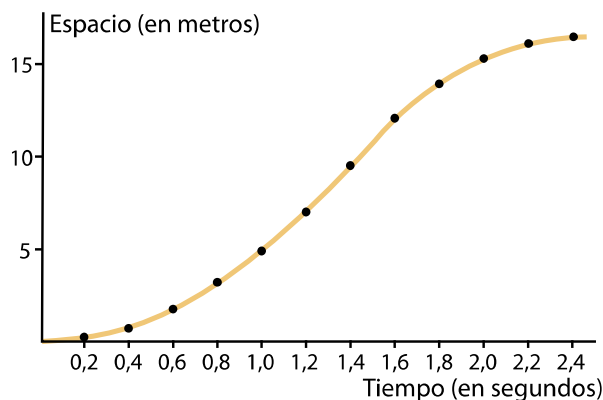
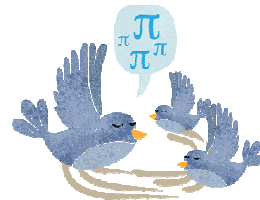
¿Cumple la citada limitación?

S18 Un nadador se deja caer desde un trampolín. Su entrenador ha ido tomando nota del espacio que recorría cada dos décimas de segundo mediante un método fotográfico, obteniendo la siguiente tabla:

t (s)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4
s (m)	0	0,19	0,78	1,76	3,13	4,9	7,05	9,6	12,1	14,08	15,48	16,3	16,6

El nadador se ha detenido a los 17 metros.

- A la vista de la gráfica, ¿sabrías decir en qué momento entró en el agua?
- ¿Qué velocidad estimas que lleva en el momento de entrar en el agua?
- ¿Qué altura tiene el trampolín?



S19 Un avión de vuelo sin motor (avión velero) tiene una velocidad de caída y relacionada con la velocidad x del avión guía en el momento de ser soltado (ambas en m/s). Esta relación viene dada por:

$$y = \frac{1}{160}x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{3}{2}$$

¿A qué velocidad debe ir el avión guía para que el avión velero se mantenga el mayor tiempo posible en el aire? (Velocidad de caída mínima).

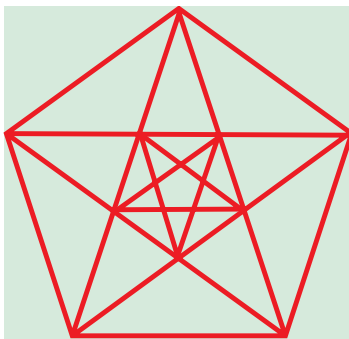
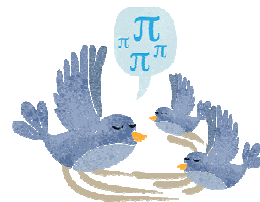
S20 En cierto cultivo, inicialmente, había 500 amebas que se duplican por bipartición cada día. Si ahora hay 256.000 amebas, ¿cuántos días han transcurrido desde que se inició el cultivo?



S21 Trazando las diagonales de un pentágono regular obtenemos una estrella pitagórica y otro pentágono interior más pequeño. Si a este nuevo pentágono le trazásemos sus diagonales volveríamos a obtener una nueva estrella y otro pentágono más pequeño aún. ¿Serían semejantes las estrellas pitagóricas? ¿Y los pentágonos? ¿Cuál es la razón de semejanza?



XIX Concurso de Literatura y Matemática “Cuentos con Cuentas” - 2015



S22 El caudal de agua, en litros por segundo, aportado por un grifo, viene dado por la función
$$C = 0,01 \cdot t$$

- Representa la recta correspondiente.
- Calcula el agua total vertida por el grifo en los primeros 10 s (área de un triángulo).
- Haz lo mismo para 50 s, 100 s, 150 s y 200 s.
- El volumen de agua recogida en un instante t cualquiera, es el área del triángulo de base t y altura $0,01 t$.
Cálculalo y comprueba que su derivada es el caudal.

S23 Si la función exponencial

$$y = 3.000 \cdot (1,25)^x$$

la interpretáramos como un interés compuesto, ¿cuál es el capital inicial? ¿Y el interés? Al cabo de 5 años, ¿qué capital final se tendría?

S24 Cierta proyectil, después de ser lanzado, alcanzó una altura de 213 km. Su trayectoria fue parabólica, yendo a caer a 14 km de la base de lanzamiento. ¿Cuál es la ecuación de su trayectoria?