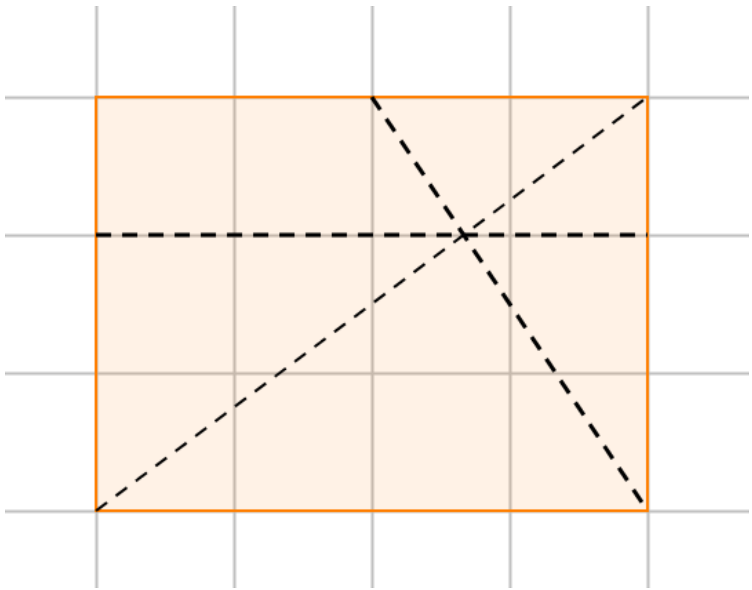
Torneo Geometría e Imaginación

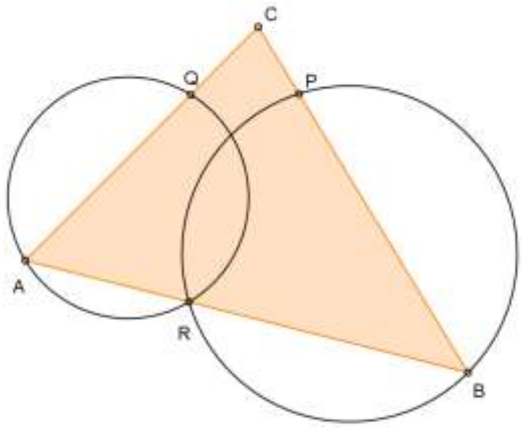
Problema Semanal de entrenamiento – P2-10-2023

Usando la información en la figura, justificar por qué los tres segmentos son concurrentes.



Solución P2-9-2023

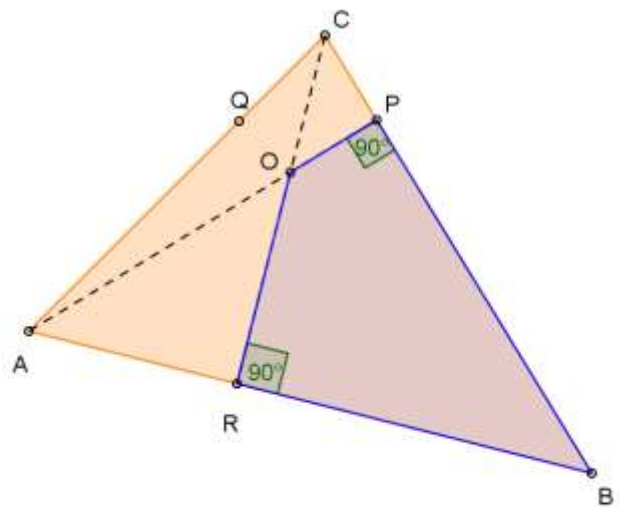
Los puntos P, Q y R son los pies de las alturas del triángulo ABC.



Marcar en la figura, el ortocentro del triángulo ABC.

El ortocentro de un triángulo es el punto de intersección de sus alturas.

Solución: La condición para que un cuadrilátero pueda inscribirse en una circunferencia, es que la suma de los ángulos en vértices opuestos sea 180º.
Llamando O al ortocentro de ABC, podemos ver que el cuadrilátero $RBPO$ puede inscribirse en una circunferencia, dado que los ángulos en los vértices P y R suman 180º.



En conclusión, el ortocentro de ABC está en la circunferencia que pasa por RBP. En forma similar, se puede mostrar que el ortocentro está en la circunferencia que pasa por ARQ. Entonces el ortocentro es el punto de intersección de las circunferencias dadas en la figura del problema, distinto de R.