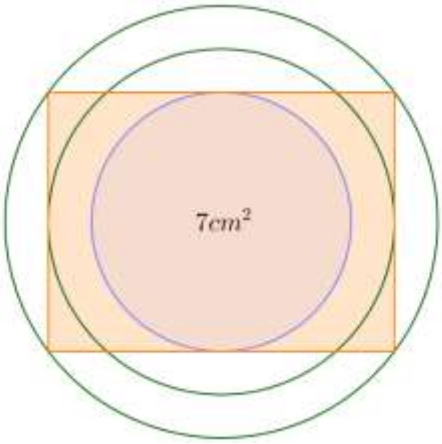
Torneo Geometría e Imaginación

Problema Semanal de entrenamiento – P2- 20 -2023

En el cuadrilátero *ABCD* los ángulos interiores en vértices opuestos son de igual medida. ¿Qué clase de cuadrilátero es *ABCD*?

Solución P2-19-2023

La figura muestra un rectángulo, dos circunferencias tangentes a lados opuestos del rectángulo y la circunferencia circunscripta al rectángulo. El área de la circunferencia menor es *7cm²*, hallar el área de la corona circular limitada por las otras dos circunferencias.



Solución: Denotemos con r_1, r_2, r_3 los radios de las circunferencias, siendo r_1 el radio de la circunferencia menor, r_2 el radio de la circunferencia intermedia y r_3 el radio de la circunferencia mayor. Resulta que $2r_1$ es la longitud del lado menor del rectángulo, $2r_2$ es la longitud del lado mayor del rectángulo y $2r_3$ es la longitud de la diagonal del rectángulo. Por el Teorema de Pitágoras tenemos:

$$(2r_3)^2 - (2r_2)^2 = (2r_1)^2$$
$$8{r_3}^2 - 8{r_2}^2 = 8{r_1}^2$$
$${r_3}^2 - {r_2}^2 = {r_1}^2$$

El área de la corona es:

$$\left(\pi \cdot {r_3}^2 - \pi \cdot {r_2}^2\right)cm^2 = \left(\pi \cdot \left({r_3}^2 - {r_2}^2\right)\right)cm^2 = \left(\pi \cdot {r_1}^2\right)cm^2 = 7cm^2$$

La corona y la circunferencia tienen la misma área.