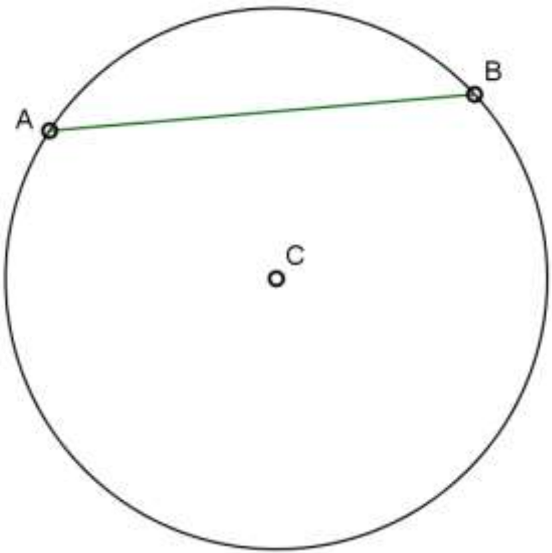
Torneo Geometría e Imaginación

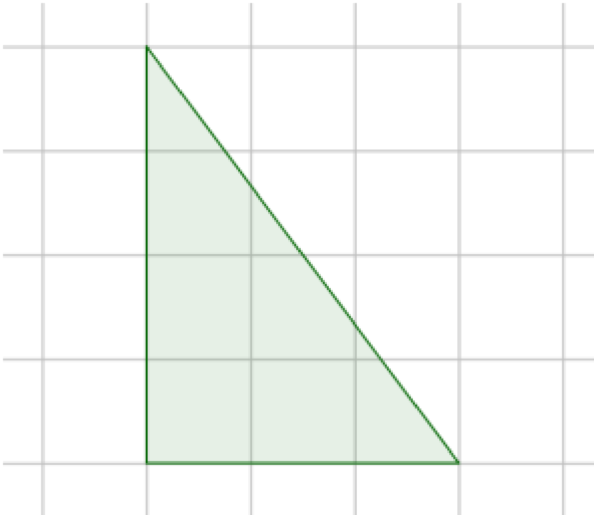
Problema Semanal de entrenamiento – P2-3-2023

Usando sólo una escuadra y un lápiz, trazar la mediatriz de la cuerda *AB* de la circunferencia con centro *C*, según muestra la figura.



Solución P2-2-2023

Marcar el incentro del triángulo con vértices en la cuadrícula, usando sólo un lápiz.

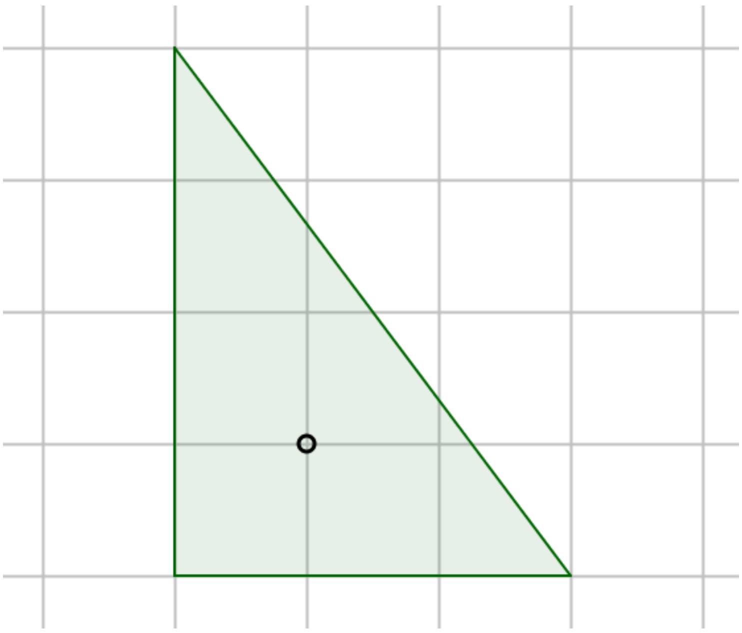


Nota: *El incentro de un triángulo, es el punto donde concurren las bisectrices de sus ángulos y es el centro de la circunferencia inscripta en el triángulo.*

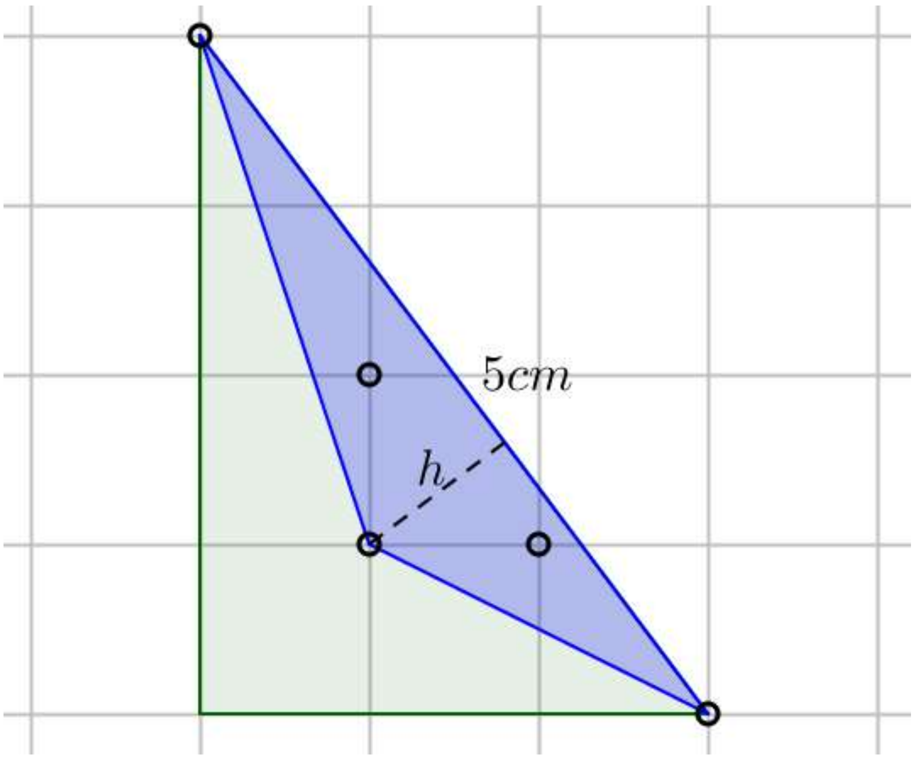
Solución:

Podemos pensar que los cuadrados de la cuadrícula son de *1cm* por *1cm*. Por ser el triángulo rectángulo, sus lados miden *3cm*, *4cm* y *5cm*.

El incentro, por estar en las bisectrices, es el punto que equidista de los lados del triángulo. El punto que se indica en la figura a continuación:



equidista de los catetos del triángulo, estando a *1cm* de cada cateto. La distancia desde este punto a la hipotenusa es la altura *h* indicada del siguiente triángulo sombreado:



Por la fórmula de Pick, el área de este triángulo es $2+\frac{3}{2}-1=\frac{5}{2}$, pero este valor debe coincidir con $\frac{5\times h}{2}=\frac{5}{2}\times h$, en consecuencia, $h=1$ y el punto indicado al comienzo es el incentro.

Nota: Este problema también puede resolverse usando el Teorema de Poncelet que establece lo siguiente:
Si r es el radio de la circunferencia inscripta en el triángulo rectángulo de catetos a y b y de hipotenusa c, entonces se cumple la igualdad:

$$a+b=b+2r$$