XXª OLIMPÍADA de MAYO
Primer Nivel
Mayo de 2014

Duración de la prueba: 3 horas.
Cada problema vale 10 puntos.
No puedes usar calculadora; no puedes consultar libros ni apuntes.
Justifica cada una de tus respuestas.
Al participar te comprometes a no divulgar los problemas hasta el 25 de mayo.

PROBLEMA 1

Un número natural *N* es *bueno* si sus dígitos son 1, 2 o 3 y todos los números de 2 dígitos formados por dígitos ubicados en posiciones consecutivas de *N* son números distintos. ¿Hay algún número bueno de 10 dígitos? ¿Y de 11 dígitos?

PROBLEMA 2

Beatriz tiene tres dados en cuyas caras están escritas letras diferentes. Al tirar los tres dados sobre una mesa, y eligiendo cada vez solamente las letras de las caras de arriba, formó las palabras

OSA , VIA , OCA , ESA , SOL , GOL , FIA , REY , SUR , MIA , PIO , ATE , FIN , VID.

Determinar las seis letras de cada dado.

PROBLEMA 3

Se tienen nueve cajas. En la primera hay 1 piedra, en la segunda hay 2 piedras, en la tercera hay 3 piedras, y así siguiendo, en la octava hay 8 piedras y en la novena hay 9 piedras. La operación permitida es sacar el mismo número de piedras de dos cajas distintas y colocarlas en una tercera caja. El objetivo es que todas las piedras estén en una sola caja. Describir cómo hacerlo con el número mínimo de operaciones permitidas. Explicar porqué es imposible lograrlo con menos operaciones.

PROBLEMA 4

Sea ABC un triángulo rectángulo e isósceles, con $\hat{C} = 90^{\circ}$. Sean M el punto medio de AB y N el punto medio de AC. Sea P tal que MNP es un triángulo equilátero con P en el interior del cuadrilátero $MBCN$.

Calcular la medida del ángulo $C\hat{A}P$.

PROBLEMA 5

Dadas 6 bolitas: 2 blancas, 2 verdes, 2 rojas, se sabe que hay una blanca, una verde y una roja que pesan 99 g cada una y que las demás bolitas pesan 101 g cada una. Determinar el peso de cada bolita usando dos veces una balanza de dos platos.

ACLARACIÓN: Una balanza de dos platos solo informa si el plato izquierdo pesa más, igual o menos que el derecho.

XX^{a} OLIMPÍADA de MAYO
Segundo Nivel
Mayo de 2014

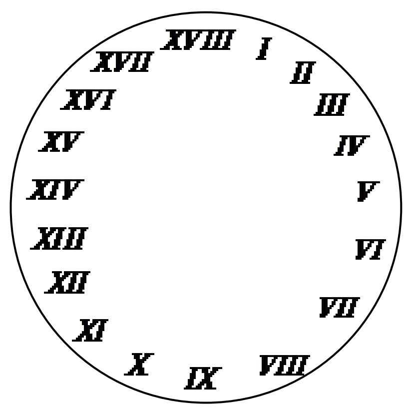
Duración de la prueba: 3 horas.
Cada problema vale 10 puntos.
No puedes usar calculadora; no puedes consultar libros ni apuntes.
Justifica cada una de tus respuestas.
Al participar te comprometes a no divulgar los problemas hasta el 25 de mayo.

PROBLEMA 1
El sendero que va del pueblo hasta el refugio en la montaña tiene 76 km. Un grupo de andinistas lo recorrió en 10 días, de manera tal que en dos días consecutivos nunca caminaron más de 16 km, pero en tres días consecutivos siempre caminaron por lo menos 23 km. Determinar la máxima cantidad de kilómetros que pudieron haber recorrido en un día.

PROBLEMA 2
En un cuadrilátero convexo *ABCD*, sean *M*, *N*, *P* y *Q* los puntos medios de los lados *AB*, *BC*, *CD* y *DA* respectivamente. Si los segmentos *MP* y *NQ* dividen al *ABCD* en cuatro cuadriláteros con la misma área, demostrar que *ABCD* es un paralelogramo.

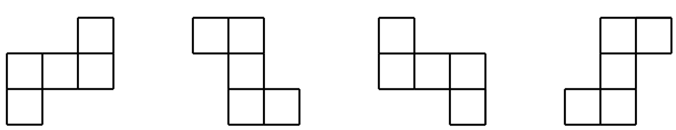
PROBLEMA 3
Ana y Luca juegan al siguiente juego. Ana escribe una lista de n números enteros distintos.
Luca gana si puede elegir cuatro números distintos, a, b, c y d, de modo que el número $a+b-(c+d)$ sea múltiplo de 20.
Determinar el mínimo valor de n para el que, cualquiera que sea la lista de Ana, Luca pueda ganar.

PROBLEMA 4
En una excavación en la antigua Roma se encontró un reloj inusual con 18 divisiones marcadas con números romanos (ver figura).



Desgraciadamente el reloj estaba roto en 5 pedazos. La suma de los números en cada pedazo era la misma. Mostrar de qué manera pudo estar roto el reloj.

PROBLEMA 5
Cada casilla de un tablero de $n \times n$, con $n \geq 3$, está coloreada con uno de 8 colores. ¿Para qué valores de n se puede afirmar que alguna de estas figuras



incluida en el tablero, contiene dos casillas del mismo color?