PRIMER NIVEL

XLI OLIMPÍADA MATEMÁTICA ARGENTINA

CERTAMEN REGIONAL

APELLIDO:	
NOMBRES:	
DOCUMENTO:	FECHA DE NACIMIENTO:
DOMICILIO:	
LOCALIDAD Y PROVINCIA:	
CELULAR:	
DIRECCIÓN ELECTRÓNICA:	
ESCUELA:	

Problema 1

Determinar todos los números enteros positivos n que satisfacen simultáneamente que

- la fracción $\frac{n}{42}$ es mayor que 2 y menor que 3;
- la fracción $\frac{n}{42}$ no se puede simplificar, es decir, los números n y 42 no tienen ningún factor común mayor que 1.

Problema 2

Julieta escribe la lista de los números enteros positivos que son múltiplos de 3 y además satisfacen que, si se les suma 1, el resultado es un cuadrado perfecto.

La lista comienza así: 3, 15, 24, … porque todos son múltiplos de 3; además

$3+1=4=2^2$, $15+1=16=4^2$, $24+1=25=5^2$, ... son cuadrados perfectos y en cambio,

$6+1=7$, $9+1=10$, $12+1=13$, $18+1=19$, $21+1=22$, ... no son cuadrados perfectos.

a) Determinar cuál es el número que se encuentra en la posición número 44 de la lista de Julieta.

b) Decidir si el número n=12768 está en la lista de Julieta y en caso afirmativo, dar su posición en la lista.

Problema 3

En el triángulo ABC, con $\hat{A}=70^\circ$, $\hat{B}=60^\circ$, $\hat{C}=50^\circ$, sean K y L los puntos medios de los lados BC y AC respectivamente. La recta perpendicular a BC trazada por K corta al lado AC en M y la recta perpendicular a AC trazada por L corta al lado BC en N. Además, los segmentos KM y LN se cortan en O y los segmentos AN y BM se cortan en P.

Calcular la medida de los ángulos del cuadrilátero $MONP$.

EN TODOS LOS PROBLEMAS, LA RESPUESTA SIN UNA DEMOSTRACIÓN O JUSTIFICACIÓN ADECUADA RECIBIRÁ PUNTAJE 0 (CERO).

SEGUNDO NIVEL
XLI OLIMPÍADA MATEMÁTICA ARGENTINA

CERTAMEN REGIONAL

APELLIDO:	
NOMBRES:	
DOCUMENTO:	FECHA DE NACIMIENTO:
DOMICILIO:	
LOCALIDAD Y PROVINCIA:	
CELULAR:	
DIRECCIÓN ELECTRÓNICA:	
ESCUELA:	

Problema 1
En el pizarrón está escrita la lista de 111 números

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots, \frac{1}{111}.$$

La operación permitida es elegir dos números del pizarrón y borrarlos, digamos a y b, y escribir el número obtenido al hacer $a+b+a\cdot b$. Por ejemplo, si se borra $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{47}$, se escribe el número

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{47}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{47}=\frac{51}{141}.$$

Después de realizar 110 operaciones permitidas queda un único número en el pizarrón.
Determinar ese número.

Problema 2
Facu hizo la lista de todos los números enteros positivos n que satisfacen simultáneamente

- n tiene 20 dígitos;
- todos los dígitos de n son impares;
- todas las restas de dos dígitos consecutivos de n, el mayor menos el menor, son iguales a 2.

Determinar la cantidad de números enteros que tiene la lista de Facu.

Problema 3
Se tiene un pentágono $ABCDE$ de lados AB, BC, CD, DE, EA que tiene cuatro lados iguales, $AB=BC=DE=EA$, dos ángulos iguales, $A\hat{B}C=A\hat{E}D=90^\circ$ y el ángulo $B\hat{A}E$ mayor que 90º.
La paralela a EA trazada por B corta a la paralela a AB trazada por E en el punto F.
Calcular las medidas de los ángulos del triángulo FCD.

EN TODOS LOS PROBLEMAS, LA RESPUESTA SIN UNA DEMOSTRACIÓN O JUSTIFICACIÓN ADECUADA RECIBIRÁ PUNTAJE 0 (CERO).

TERCER NIVEL

XLI OLIMPÍADA MATEMÁTICA ARGENTINA

CERTAMEN REGIONAL

APELLIDO:	
NOMBRES:	
DOCUMENTO:	FECHA DE NACIMIENTO:
DOMICILIO:	
LOCALIDAD Y PROVINCIA:	
CELULAR:	
DIRECCIÓN ELECTRÓNICA:	
ESCUELA:	

Problema 1

Hallar todos los números enteros (no necesariamente positivos) x, y tales que

$$x^2 + x \cdot y + y^2 = 67 .$$

Problema 2

Ana dibujó dos rectas paralelas r, s y marcó una cantidad a de puntos en r y una cantidad b de puntos en s. Luego trazó todos los segmentos que conectan cada punto de r con cada punto de s. Finalmente coloreó de rojo todos los puntos de intersección entre dos segmentos dibujados (no se pintan de rojo los puntos de r ni los de s). Resultó que cada punto rojo es la intersección de exactamente dos segmentos.

Si la cantidad de puntos rojos es 7480, calcular las cantidades a y b de puntos que marcó inicialmente Ana.

Problema 3

En el interior del ángulo agudo $A\hat{O}B$ sean C y D que satisfacen simultáneamente

- $A\hat{O}C = B\hat{O}D < \dfrac{A\hat{O}B}{2}$;
- la recta perpendicular a la semirrecta OA desde D corta a OC en X y la recta perpendicular a semirrecta OB desde C corta a OD en Y de modo que los segmentos DX y CY no se cortan.

Demostrar que los puntos C, X, D, Y pertenecen a una circunferencia.

EN TODOS LOS PROBLEMAS, LA RESPUESTA SIN UNA DEMOSTRACIÓN O JUSTIFICACIÓN ADECUADA RECIBIRÁ PUNTAJE 0 (CERO).