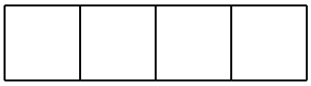
PRIMER NIVEL

XXXII OLIMPÍADA MATEMÁTICA ARGENTINA

CERTAMEN REGIONAL

APELLIDO:	
NOMBRES:	
DOCUMENTO:	FECHA DE NACIMIENTO:
DOMICILIO:	
LOCALIDAD Y PROVINCIA:	
TELÉFONO (INCLUIR TELEDISCADO):	
CELULAR:	
DIRECCIÓN ELECTRÓNICA:	
ESCUELA:	

1. En una olimpiada de matemática había que completar las casillas del tablero de la figura con cuatro números naturales de modo que el resultado de multiplicar los cuatro números fuera igual a 100.



Todos los participantes completaron el tablero de manera diferente.
Determinar el máximo número de participantes que pudo haber en la olimpiada.
ACLARACIÓN: 1) Dos tableros con los mismos números en distinto orden son distintos.
2) El tablero puede tener números repetidos.

2. Inicialmente, en el pizarrón, está escrito el número 1. Hay dos operaciones permitidas que pueden elegirse a voluntad.

a) Escribir debajo del último número escrito, ese número multiplicado por 2.
b) Escribir debajo del último número escrito, ese número cambiándole el orden a sus dígitos. No está permitido que el nuevo número comience con el dígito 0.

Decidir si es posible, después de aplicar varias veces operaciones permitidas, obtener

i) el número $10^9 = 1000000000$; ii) el número 9876543210.

En caso afirmativo, dar la sucesión de operaciones y en caso negativo, explicar por qué es imposible.

3. Sean A, B, C, D, E y F seis vértices consecutivos de un polígono regular de 20 lados todos de longitud 1.
Sean $BCPQ$ un cuadrado de lado 1 y $DERST$ un pentágono regular de lado 1, con P, Q, R, S, T en el interior del polígono de 20 lados.
Determinar si T pertenece a la recta que pasa por D y P.
ACLARACIÓN: Los lados del cuadrado son BC, CP, PQ y QB y los lados del pentágono son DE, ER, RS, ST y TD.

EN TODOS LOS PROBLEMAS, LA RESPUESTA SIN UNA DEMOSTRACIÓN O JUSTIFICACIÓN ADECUADA RECIBIRÁ PUNTAJE 0 (CERO).

SEGUNDO NIVEL
XXXII OLIMPÍADA MATEMÁTICA ARGENTINA

CERTAMEN REGIONAL

APELLIDO:	
NOMBRES:	
DOCUMENTO:	FECHA DE NACIMIENTO:
DOMICILIO:	
LOCALIDAD Y PROVINCIA:	
TELÉFONO (INCLUIR TELEDISCADO):	
CELULAR:	
DIRECCIÓN ELECTRÓNICA:	
ESCUELA:	

1. Hallar todos los números naturales de cinco dígitos distintos de cero que son cuadrados perfectos y siguen siendo cuadrados perfectos si se les suprime el primer dígito (de la izquierda); también siguen siendo cuadrados perfectos si se les suprime el primero y el segundo dígito, y lo mismo ocurre si se les suprime los primeros tres dígitos.
ACLARACIÓN: Un número natural es un cuadrado perfecto si es igual al cuadrado de un número natural. Por ejemplo, 1, 4, 9, 16, etc.

2. Un número natural se llama *bueno* si se puede escribir de una única forma como la suma de dos o más números naturales y también como multiplicación de esos mismos números naturales (es decir, $a_1+a_2+...+a_k=n$ y $a_1\cdot a_2\cdot ...\cdot a_k=n$ con $k\geq 2$). Por ejemplo, 10 es bueno, pues $10=5+2+1+1+1$ y $10=5\cdot 2\cdot 1\cdot 1\cdot 1$, y además, no hay otra manera de escribirlo siguiendo la regla descripta.
Decidir si

a) 41 b) 51 c) 2015

son o no buenos.

3. Sea *ABC* un triángulo equilátero y *P* un punto en su interior tal que $C\hat{A}P=30^{\circ}$. Además, hay un punto *D* en la semirrecta *BP* (con *D* exterior al triángulo *ABC*) tal que $C\hat{A}D=C\hat{D}A=50^{\circ}$. Sea *Q* el punto de intersección de *BD* y *AC*. Calcular $\frac{CQ}{PQ}$.

EN TODOS LOS PROBLEMAS, LA RESPUESTA SIN UNA DEMOSTRACIÓN O JUSTIFICACIÓN ADECUADA RECIBIRÁ PUNTAJE 0 (CERO).

TERCER NIVEL

XXXII OLIMPÍADA MATEMÁTICA ARGENTINA

CERTAMEN REGIONAL

APELLIDO:	
NOMBRES:	
DOCUMENTO:	FECHA DE NACIMIENTO:
DOMICILIO:	
LOCALIDAD Y PROVINCIA:	
TELÉFONO (INCLUIR TELEDISCADO):	
CELULAR:	
DIRECCIÓN ELECTRÓNICA:	
ESCUELA:	

1. Hallar todas las soluciones enteras de la ecuación

$$(m^2+n)(m+n^2)=(m+n)^3.$$

2. Utilizando el número $2^{20}=1048576$ formamos el número $N=7\underbrace{00...0}_{k}1048576$, que tiene k ceros intermedios, con $1\leq k\leq 15$. Hallar k para que N tenga la mayor cantidad posible de factores 2 en su factorización en primos. ¿Cuál es esa cantidad máxima?

3. Sea *ABCD* un paralelogramo de lados *AB*, *BC*, *CD* y *DA*. Consideramos *P* en el lado *AD* tal que *BP* es bisectriz de $\widehat{B}$. Si $BP=CP=6$ y $PD=5$, calcular la longitud de los lados del paralelogramo *ABCD*.

EN TODOS LOS PROBLEMAS, LA RESPUESTA SIN UNA DEMOSTRACIÓN O JUSTIFICACIÓN ADECUADA RECIBIRÁ PUNTAJE 0 (CERO).