

24.^a Competencia de MateClubes 2021

Ronda Final – Nivel Preolímpico

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: Código del club: 24 – 0 –

Localidad: Provincia:

Integrantes:

1. Mario, Rafa y Betty piensan cada uno un número de 3 dígitos, con todos los dígitos distintos de 0. Los números que pensaron cumplen:
 - El número de Mario es el doble del número de Rafa.
 - El número de Betty es igual al número de Mario con los dígitos en el orden inverso. Por ejemplo, si el número de Mario es 234, el número de Betty es 432.
 - La suma de los tres números es menor que 1200.

¿Cuál es el número más grande que puede haber pensado Betty? ¿Qué números pensaron Mario y Rafa?

2. Mario y Betty dan vueltas en la plaza.

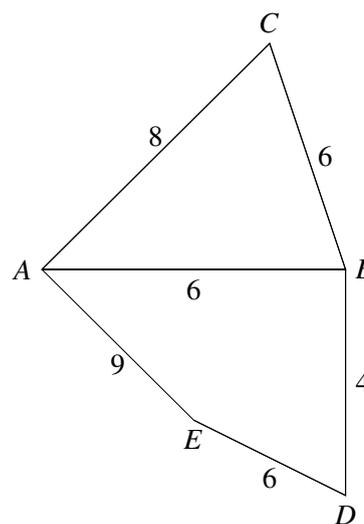
Mario empieza en A, va hacia B, luego a C, luego vuelve a A, y repite este recorrido.

Betty empieza en B, va hacia A, luego a E, luego a D, vuelve a B, y repite este recorrido.

En la figura se indica cuántos minutos demoran en hacer cada tramo.

Empiezan a caminar a la misma hora y caminan durante 400 minutos.

¿Cuántas veces se cruzan durante el recorrido?



3. En el tablero están escritos los números del 3 al 8, como se ve en la figura.

3	4	5	6	7	8
---	---	---	---	---	---

A cada número en el tablero, Mario puede sumarle 1, 2 o 3 o no sumarle nada.

Quiere que al terminar, la suma de los números en cualesquiera tres casillas seguidas sea siempre un número terminado en 0 o en 5.

¿Cómo puede hacerlo? ¿Qué números quedan escritos en el tablero? Dar todas las posibilidades.

24.^a Competencia de MateClubes 2021

Ronda Final – Primer Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: Código del club: 24 – 1 –

Localidad: Provincia:

Integrantes:

1. Un dragón de 10 kg emprendió una dieta para subir de peso durante 10 días. Los días que siguió la dieta al pie de la letra duplicó su peso pero los días que no, subió una cantidad entera de kg entre 1 y 10 inclusive (cada vez puede ser una cantidad distinta de kilos).

Por ejemplo, si un día pesa 45 kg, al día siguiente pesará 90 kilos si respeta la dieta o pesará entre 46 y 55 kg si no la respeta.

Si al finalizar la dieta pesa exactamente 1000 kg, ¿cuál es la mínima cantidad posible de días en los que respetó la dieta? ¿Cuál es la máxima cantidad posible de días en los que respetó la dieta? ¿Cómo puede lograrlo en cada caso?

2. En un tablero están escritos algunos números, como se ve en la figura.

2	6	1	1	2	1
---	---	---	---	---	---

A cada número en el tablero, Mario puede sumarle 1, 2 o 3 o no sumarle nada.

Quiere que al terminar, la suma de los números en cualesquiera tres casillas seguidas sea siempre un número terminado en 0 o en 5.

¿Cómo puede hacerlo? ¿Qué números quedan escritos en el tablero? Dar todas las posibilidades.

3. Mario, Rafa y Betty piensan cada uno un número de 3 dígitos, con todos los dígitos distintos de 0. Los números que pensaron cumplen:

- El número de Mario es el doble del número de Rafa.
- El número de Betty es igual al número de Mario con los dígitos en el orden inverso. Por ejemplo, si el número de Mario es 234, el número de Betty es 432.
- La suma de los tres números es menor que 1000.

¿Cuál es el número más grande que puede haber pensado Betty? ¿Qué números pensaron Mario y Rafa?

24.^a Competencia de MateClubes 2021

Ronda Final – Segundo Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: Código del club: 24 – 2 –
 Localidad: Provincia:
 Integrantes:

1. Rafa tiene un programa en la computadora que muestra en la pantalla un número de 3 cifras. El programa responde solo a dos teclas:
 - Si aprieta la tecla A el número en la pantalla es reemplazado por el resultado de intercambiar los decenas y centenas entre sí, y restarle 1 al número resultante.
 - Si aprieta la tecla B el número en la pantalla es reemplazado por el resultado de intercambiar los decenas y unidades entre sí, y restarle 1 al número resultante.

Por ejemplo, si está el número 370 en la pantalla y aprieta la tecla A, queda el número 729. Si a continuación aprieta B, queda 791.

Si en algún momento el resultado tiene solo dos cifras, el programa se cierra.

Inicialmente la pantalla muestra el número 123. ¿Puede aparecer el 101 en la pantalla luego de apretar algunas teclas? ¿Y el 100? Si la respuesta es afirmativa, ¿cómo puede obtenerse el número? ¿Cuál es el número más grande que puede aparecer en la pantalla y cómo puede obtenerse?

2. Mario reemplaza cada letra por un dígito distinto.

A	B	C	D	E
---	---	---	---	---

Betty recibe $AB + CDE$ caramelos. Rafa recibe $ABC + DE$ caramelos.

Por ejemplo, si Mario completa el tablero reemplazando $ABCDE$ por 12345, Betty recibe $12 + 345 = 357$ caramelos y Rafa recibe $123 + 45 = 168$ caramelos.

Si Betty recibió 144 caramelos más que Rafa, ¿cuál es la mayor cantidad de caramelos que puede haber recibido Betty? ¿Cómo completó Mario el tablero?

3. Mario quiere completar los 11 casilleros de la figura con números enteros positivos distintos de manera tal que las sumas en las columnas y filas sean correctas.

$$\begin{array}{ccccccc}
 \square & + & \square & + & \square & = & \bigcirc \\
 + & & + & & + & & \\
 \square & + & \square & + & \square & = & \bigcirc \\
 = & & = & & = & & \\
 \bigcirc & & \bigcirc & & \bigcirc & &
 \end{array}$$

¿Cuál es el menor valor que puede tomar el número más grande? Para el valor hallado, mostrar una forma de completar la figura. ¿Por qué no se puede obtener un valor menor?

24.^a Competencia de MateClubes 2021

Ronda Final – Tercer Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: Código del club: 24 – 3 –
 Localidad: Provincia:
 Integrantes:

1. En el tablero están escritos los números del 1 al 10.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Betty cambia cada uno de los números realizando una de las siguientes dos operaciones:

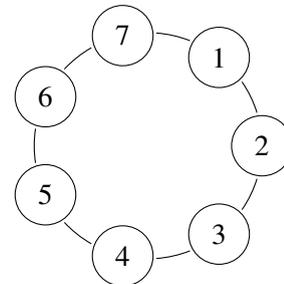
- a) Le resta 1 al número en la casilla.
- b) Multiplica por 10 el número en la casilla.

Debe modificar todos los números aplicando cualquiera de las dos operaciones, no puede dejar números sin modificar.

Luego de modificar los 10 números, suma todos los números que quedaron escritos y obtiene como resultado el número 358.

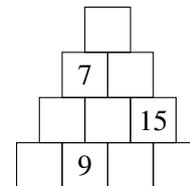
¿Qué números quedaron escritos en el tablero? Dar todas las posibilidades. ¿Por qué no hay más posibilidades?

2. Ana tiene un círculo con 7 casillas, como se muestra en la figura. Quiere pintar cada casilla de rojo o azul. No quiere que haya 3 casillas rojas consecutivas.



¿De cuántas maneras puede pintar la figura? Dar todas las posibilidades.

3. Mario completa la pirámide con números enteros positivos distintos entre sí y distintos a los que ya están escritos.



Quiere que la suma de cualesquiera tres números ubicados formando una pirámide como la de abajo sea siempre la misma.



¿Cómo puede completar la figura si quiere que el número más grande que escribe sea lo más chico posible?

24.^a Competencia de MateClubes 2021

Ronda Final – Cuarto Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: Código del club: 24 – 4 –

Localidad: Provincia:

Integrantes:

1. A la fiesta de fin de año de Mateclubes asistieron 12 personas. Para la cena, A, B, C y D pidieron pastas, E, F, G y H pidieron carne e I, J, K y L pidieron ensalada. El mozo, como eran tantos pedidos, se olvidó quién había pedido qué plato. Una vez repartidos, notaron que solo A había recibido lo que pidió.

¿De cuántas maneras pudo haber repartido los platos el mozo?

2. Rafa quiere completar los 15 casilleros de la figura con números enteros positivos distintos de manera que las sumas en las columnas y filas sean correctas.

$$\begin{array}{ccccccc}
 \square & + & \square & + & \square & = & \bigcirc \\
 + & & + & & + & & \\
 \square & + & \square & + & \square & = & \bigcirc \\
 + & & + & & + & & \\
 \square & + & \square & + & \square & = & \bigcirc \\
 = & & = & & = & & \\
 \bigcirc & & \bigcirc & & \bigcirc & &
 \end{array}$$

¿Cuál es el menor valor que puede tomar el número más grande? Para el valor hallado, mostrar una forma de completar la figura. ¿Por qué no se puede obtener un valor menor?

3. En el tablero están escritos los números del 1 al 16.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----

Betty cambia cada uno de los números realizando una de las siguientes dos operaciones:

- a) Le resta 1 al número en la casilla.
- b) Multiplica por 10 el número en la casilla.

Debe modificar todos los números aplicando cualquiera de las dos operaciones, no puede dejar números sin modificar.

Luego de modificar los 16 números, suma todos los números que quedaron escritos y obtiene como resultado el número 1212.

¿Qué números quedaron escritos en el tablero? Dar todas las posibilidades. ¿Por qué no hay más posibilidades?

24.^a Competencia de MateClubes 2021

Ronda Final – Quinto Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: Código del club: 24 – 5 –

Localidad: Provincia:

Integrantes:

1. Ana tiene una circunferencia con 2020 casillas, numeradas del 1 al 2020 en forma consecutiva. Por ejemplo la casilla 580 está entre las casillas 579 y 581, y la casilla 2020 está entre las casillas 2019 y 1.

Ana completa todas las casillas con números 1 o 2. Sabiendo que la suma de cualesquiera 30 números consecutivos da siempre un resultado par, ¿de cuántas maneras distintas puede completar las casillas?

2. Mario quiere completar los 19 casilleros de la figura con números enteros positivos distintos de manera tal que las sumas en las columnas y filas sean correctas.

$$\begin{array}{ccccccc}
 \square & + & \square & + & \square & + & \square & = & \bigcirc \\
 + & & + & & + & & + & & \\
 \square & + & \square & + & \square & + & \square & = & \bigcirc \\
 + & & + & & + & & + & & \\
 \square & + & \square & + & \square & + & \square & = & \bigcirc \\
 = & & = & & = & & = & & \\
 \bigcirc & & \bigcirc & & \bigcirc & & \bigcirc & &
 \end{array}$$

¿Cuál es el menor valor que puede tomar el número más grande? Para el valor hallado, mostrar una forma de completar la figura. ¿Por qué no se puede obtener un valor menor?

3. Betty tiene siete círculos como se muestra en la figura.

Desde cada círculo en el que hay escrito un número, Betty dibuja una flecha que va a otro cualquiera de los siete círculos (de cada círculo con un número sale solo una flecha, y no hay círculos con números de los que no sale ninguna flecha).

Hace esto de manera tal que si empezamos en cualquier círculo y seguimos las flechas, en a lo sumo 2 pasos llegamos al círculo con un asterisco (*).

¿De cuántas maneras distintas puede trazar las flechas?

Aclaración: dos maneras de trazar las flechas se consideran distintas si hay al menos un círculo para el cual la flecha va a un círculo distinto.

