

# 22<sup>a</sup> Competencia de MateClubes 2019

## Tercera Ronda – Nivel Preolímpico

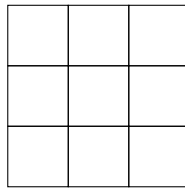
- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: ..... Código del club: 22-0 - .....

Localidad: ..... Provincia: .....

Integrantes: .....

1. Betty tiene un tablero de 3 filas y 3 columnas como se muestra a continuación. Betty pone cruces en las casillas, puede poner 0, 1 o 2 cruces en cada casilla.



Luego anota en su cuaderno cuántas cruces hay en cada fila y en cada columna. El objetivo de Betty es que los 6 números que anota en su cuaderno sean todos iguales a 2. ¿De cuántas maneras puede Betty completar el tablero para cumplir su objetivo? Mostrar todas las posibilidades.

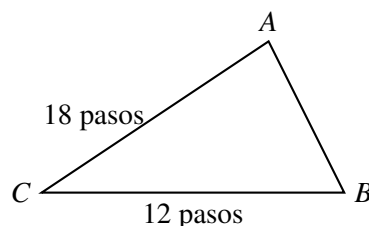
2. Betty dice un número del 1 al 9. Rafa dice un número de 2 dígitos, agregándole 1 dígito (atrás o adelante) al número de Betty. Mario dice un número de 3 dígitos agregándole un dígito en cualquier lugar al número de Rafa. Por ejemplo, Betty dice 4, Rafa dice 47 y Mario dice 417.

Quieren que la suma de los 3 números sea exactamente 900. ¿Qué número dice cada uno? Dar todas las posibilidades.

3. Alfredo camina por la vereda de una plaza triangular. Para ir desde A a B tiene que dar más de 12 pasos y menos de 22 pasos (cada vez que va de A a B da la misma cantidad de pasos). Para ir de B a C tiene que dar 12 pasos. Para ir de C a A tiene que dar 18 pasos.

Alfredo empieza en A, camina a B, luego a C, vuelve a A y continúa caminando siempre en el mismo sentido hasta dar exactamente 1500 pasos. Cuando termina, se encuentra parado en la esquina B de la plaza.

- a) ¿Cuántos pasos tiene que dar para ir de A a B? Dar todas las posibilidades.
- b) Para cada posibilidad, ¿cuántas veces pasó por la esquina C en su recorrido?



# 22<sup>a</sup> Competencia de MateClubes 2019

## Tercera Ronda – Primer Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: ..... Código del club: 22- 1 - .....

Localidad: ..... Provincia: .....

Integrantes: .....

1. Rafa tiene un tablero de 3 filas y 3 columnas como se muestra a continuación.


Rafa escribe un número en cada casilla del tablero y luego anota en su cuaderno los resultados de la multiplicación de los 3 números de cada fila y los resultados de la multiplicación de los 3 números de cada columna. El objetivo de Rafa es que los 6 números que anota en su cuaderno sean todos iguales a 35.

¿De cuántas maneras puede Rafa completar el tablero para cumplir su objetivo? Mostrar todas las posibilidades.

2. Betty dice un número del 1 al 9. Rafa dice un número de 2 dígitos, agregándole 1 dígito (atrás o adelante) al número de Betty. Mario dice un número de 3 dígitos agregándole un dígito en cualquier lugar al número de Rafa. Por ejemplo, Betty dice 4, Rafa dice 47 y Mario dice 417.

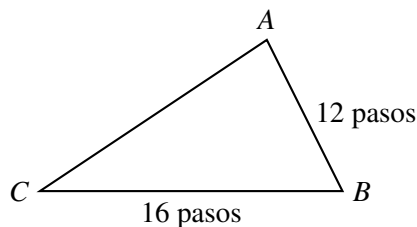
Quieren que la suma de los 3 números sea exactamente 700.

- ¿Cuál es el número más chico que puede decir Mario? ¿Qué números dicen Betty y Rafa?
- ¿Cuál es el número más grande que puede decir Mario? ¿Qué números dicen Betty y Rafa?

3. Alfredo camina por la vereda de una plaza triangular. Para ir de A a B tiene que dar 12 pasos. Para ir de B a C tiene que dar 16 pasos. Para ir de C a A tiene que dar más de 10 pasos y menos de 20 (cada vez que camina de C a A da la misma cantidad de pasos).

Alfredo empieza en A, camina a B, luego a C, vuelve a A y continúa caminando siempre en el mismo sentido hasta completar 1000 pasos.

- ¿Cuántos pasos tiene que dar para ir de C a A si sabemos que luego de caminar 1000 pasos se encuentra en alguna de las tres esquinas de la plaza? Dar todas las posibilidades.
- Para cada posibilidad, ¿en qué esquina de la plaza termina?



# 22<sup>a</sup> Competencia de MateClubes 2019

## Tercera Ronda – Segundo Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: ..... Código del club: 22- 2 - .....

Localidad: ..... Provincia: .....

Integrantes: .....

1. Betty dice un número del 1 al 9. Rafa dice un número de 2 dígitos, agregándole 1 dígito (atrás o adelante) al número de Betty. Mario dice un número de 3 dígitos agregándole un dígito en cualquier lugar al número de Rafa. Caro dice un número de 4 dígitos agregándole un dígito en cualquier lugar al número de Rafa.

Por ejemplo, Betty dice 4, Rafa dice 47, Mario dice 417 y Caro dice 4170.

Quieren que la suma de los 4 números sea exactamente 8000.

- a) ¿Cuál es el número más chico que puede decir Caro? ¿Qué números dicen Betty, Rafa y Mario?
- b) ¿Cuál es el número más grande que puede decir Caro? ¿Qué números dicen Betty, Rafa y Mario?

2. Betty, Mario y Rafa escriben cada uno en una hoja de papel distinta algunos naturales menores o iguales que 4. Los números en cada hoja son todos distintos entre sí. Por ejemplo, Betty puede escribir 1 y 3, Mario puede escribir 2, 3 y 4, y Rafa puede escribir 1.

En las hojas de Betty y Mario hay exactamente un número repetido. En las hojas de Mario y Rafa también hay exactamente un número repetido. En las hojas de Rafa y Betty también hay exactamente un número repetido. No hay ningún número que esté repetido en las tres hojas.

Luego Andy calcula la suma de todos los números que están escritos en las tres hojas (los números que están repetidos los suma todas las veces que aparecen) y anota el resultado final en el pizarrón. ¿Cuáles son los posibles resultados que pueden escribir en el pizarrón?

3. En el planeta Oscilante, los meses tienen alternadamente 32 días y 34 días, y el año tiene 12 meses (el primer mes tiene 32 días, el segundo 34, el tercero 32, y se continúa alternando hasta el mes 12 que tiene 34 días). En el planeta Constante todos los meses tienen 30 días y el año tiene 12 meses. El año 1 empieza en los dos planetas el mismo día. En cada planeta, el último día de cada mes de ese planeta se hace la Fiesta de la Luna. Si en los dos planetas se realiza la Fiesta de la Luna el mismo día, se hace ese día también una Fiesta del Sol.

- a) ¿Después de cuántos días desde el inicio del año 1 van a realizar la primera Fiesta del Sol?
- b) ¿Después de cuántos días desde el inicio del año 1 van a realizar la 99.<sup>a</sup> Fiesta del Sol?

# 22ª Competencia de MateClubes 2019

## Tercera Ronda – Tercer Nivel

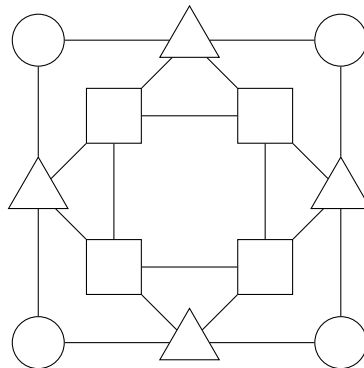
- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: ..... Código del club: 22- 3 - .....

Localidad: ..... Provincia: .....

Integrantes: .....

1. En cada casilla circular, triangular y cuadrada de la figura hay una cierta cantidad de monedas. En las cuatro casillas circulares hay la misma cantidad de monedas, en las cuatro casillas triangulares hay la misma cantidad de monedas y en las cuatro casillas cuadradas hay la misma cantidad de monedas (en casillas de distinta forma puede haber distinta cantidad de monedas). Se sabe que en total hay 201000 monedas, y que si transferimos las monedas de cada casilla a sus casillas vecinas equitativamente entonces todas las casillas tendrán nuevamente la misma cantidad de monedas que tenían originalmente. ¿Cuántas monedas hay inicialmente en cada casilla?



2. Betty, Mario y Rafa escriben cada uno en una hoja de papel distinta algunos naturales menores o iguales que 5. Los números en cada hoja son todos distintos entre sí. Por ejemplo, Betty puede escribir 1 y 3, Mario puede escribir 2, 3 y 4, y Rafa puede escribir 1.

En las hojas de Betty y Mario hay exactamente un número repetido. En las hojas de Mario y Rafa también hay exactamente un número repetido. En las hojas de Rafa y Betty también hay exactamente un número repetido. No hay ningún número que esté repetido en las tres hojas.

Al finalizar, Andy calcula la suma de todos los números que están escritos en las tres hojas (los números que están repetidos los suma todas las veces que aparecen) y anota el resultado final en el pizarrón. ¿Cuáles son los posibles resultados que pueden escribir en el pizarrón?

3. En el planeta Oscilante, los meses impares (es decir, el primer mes del año, el tercer mes, el quinto mes, etc.) tienen todos 33 días y los meses pares tienen todos la misma cantidad de días, pero no sabemos cuántos. En el planeta Constante todos los meses tienen 30 días. En los dos planetas el año tiene 12 meses. En cada planeta, el último día de cada mes de ese planeta se hace una fiesta de la luna. El año 1 empieza en los dos planetas el mismo día.
  - a) En el día 390 desde el inicio del año 1, los dos planetas realizan la fiesta de la luna simultáneamente por primera vez. Si los meses pares en el planeta Oscilante tienen más de 10 días y menos de 50 días, ¿cuántos días tienen los meses pares en el planeta Oscilante? Dar todas las posibilidades.
  - b) Para cada posibilidad, ¿después de cuántos días desde el inicio del año 1 festejarán por segunda vez la fiesta de la luna simultáneamente?

# 22<sup>a</sup> Competencia de MateClubes 2019

## Tercera Ronda – Cuarto Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: ..... Código del club: 22- 4 - .....

Localidad: ..... Provincia: .....

Integrantes: .....

1. Ana, Betty, Carlos y Diego escriben cada uno en una hoja de papel distinta algunos naturales menores o iguales que 8. Los números en cada hoja son todos distintos entre sí. Por ejemplo, Ana puede escribir 1 y 3, Betty puede escribir 2, 3, 4 y 6, Carlos puede escribir 2, 5 y 7, y Diego puede escribir 1, 4 y 8.

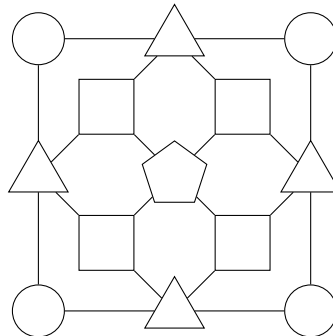
Se sabe que en cualquier par de hojas hay exactamente un número repetido, y no hay ningún número que aparezca repetido en 3 o 4 hojas.

Al finalizar, Esteban calcula la suma de todos los números que están escritos en las cuatro hojas (los números que están repetidos los suma todas las veces que aparecen) y anota el resultado en el pizarrón. ¿Cuáles son todos los resultados distintos que puede escribir Andy en el pizarrón?

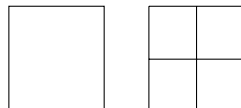
2. En cada casilla circular, triangular, cuadrada y pentagonal de la figura hay una cierta cantidad de monedas. En las cuatro casillas circulares hay la misma cantidad de monedas, en las cuatro casillas triangulares hay la misma cantidad de monedas y en las cuatro casillas cuadradas hay la misma cantidad de monedas (en casillas de distinta forma puede haber distinta cantidad de monedas). En total hay 205000 monedas.

Mario reparte las monedas de cada casilla equitativamente entre las casillas vecinas a esa casilla. Por ejemplo, para las monedas en una casilla cuadrada coloca un tercio de las monedas en la casilla pentagonal y un tercio de las monedas en cada una de las dos casillas triangulares vecinas. Hace esto simultáneamente para todas las casillas y observa que todas las casillas tienen nuevamente la misma cantidad de monedas

¿Cuántas monedas hay inicialmente en cada casilla?



3. Juan tiene un rectángulo de 9 cm x 8 cm. Con la tijera corta el rectángulo en fichas iguales, partiéndolo a lo largo y a lo ancho en la misma cantidad de partes iguales. Por ejemplo, si lo corta a lo largo y a lo ancho en dos partes iguales, obtiene 4 fichas de 4.5 cm x 4 cm, como se ve en la figura.



Con las fichas que obtiene quiere cubrir exactamente un rectángulo de 6 cm x 10 cm. Las fichas no pueden sobresalir ni superponerse, y todo el rectángulo tiene que quedar cubierto. Pueden sobrar fichas sin usar. ¿Cuál es la menor cantidad de fichas en las que necesita cortar el rectángulo para lograr la tarea? ¿Cómo cubre el rectángulo?

# 22<sup>a</sup> Competencia de MateClubes 2019

## Tercera Ronda – Quinto Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.

Nombre del Club: ..... Código del club: 22- 5 - .....

Localidad: ..... Provincia: .....

Integrantes: .....

1. Juan piensa un número natural que usa solo dos dígitos distintos, por ejemplo 445454. Betty piensa otro número natural usando también solo dos dígitos distintos (puede ser iguales o distintos a los dígitos de Juan). Por ejemplo 14414.

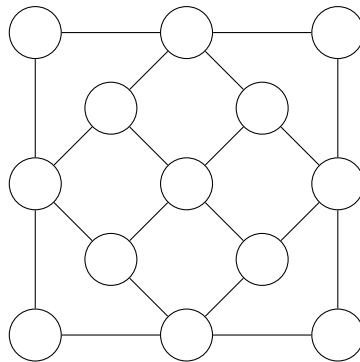
Luego calculan la suma y quieren que el resultado tenga todos los dígitos ordenados en forma creciente, por ejemplo 1459.

¿Cuál es el resultado más grande que pueden obtener?

2. En cada casilla circular de la figura hay una cierta cantidad de monedas. Cada casilla puede contener una cantidad distinta de monedas. Se sabe que en total hay 202000 monedas.

Mario reparte las monedas de cada casilla equitativamente entre las casillas vecinas a esa casilla. Por ejemplo, para las monedas en la casilla del centro, coloca un cuarto de las monedas en cada una de las 4 casillas vecinas. Hace esto simultáneamente para todas las casillas y observa que todas las casillas tienen nuevamente la misma cantidad de monedas

¿Cuántas monedas puede haber inicialmente en la casilla del del centro? Dar todas las posibilidades.



3. Rafa escribe en el pizarrón un número entero positivo, y debajo de él escribe el resultado de elevar ese número al cuadrado. Rafa se dio cuenta de que ambos números terminan en exactamente los mismos 4 dígitos  $ABCD$  en el mismo orden (puede haber dígitos repetidos). ¿Cuáles pueden ser los últimos cuatro dígitos  $ABCD$ ? Dar todas las posibilidades.