

22^a Competencia de MateClubes 2019

Ronda Final – Primer Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.
- Incluir nombre del club y nombres de los integrantes presentes en **todas** las hojas entregadas.

Nombre del Club: Código del club: 22- 1 -

Localidad: Provincia:

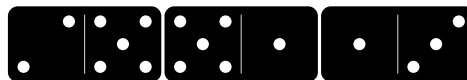
Integrantes presentes:

1. Rafa piensa un número de 4 dígitos ABCD, lo multiplica por 5 y por 6 y obtiene como resultados dos números de 5 dígitos. Escribe las cuentas en el pizarrón pero luego borra los resultados dejando solo algunos dígitos.

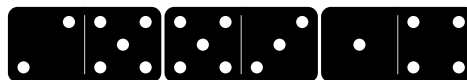
¿Cuál es el número ABCD que pensó Rafa? Dar todas las posibilidades.

	A	B	C	D		A	B	C	D
×				5	×				6
-	-	9	-	-	-	3	-	-	-

2. Rafa tiene en una bolsa todas las fichas de domino que se pueden formar con los números del 1 al 5. Un *juego* es una cadena de fichas, donde el número de la derecha de una ficha es igual al número de la izquierda de la ficha que le sigue. Por ejemplo,



es un juego, mientras que



no. Rafa quiere armar juegos con las fichas, tiene que usar todas las fichas y cada ficha puede estar en un solo juego.

- a) ¿Cual es la mínima cantidad de juegos en los que Rafa puede dividir las fichas?
- b) Si Betty tiene todas las fichas que se pueden formar con los números del 1 al 6, ¿cuál es la mínima cantidad de juegos en los que Betty puede dividir las fichas?

Aclaración. Las fichas que se pueden formar con los números del 1 al 5 son: 1-1, 1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 2-2, 2-3, 2-4, 2-5, 3-3, 3-4, 3-5, 4-4, 4-5, 5-5. Las fichas que se pueden formar con los números del 1 al 6 son: 1-1, 1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 1-6, 2-2, 2-3, 2-4, 2-5, 2-6, 3-3, 3-4, 3-5, 3-6, 4-4, 4-5, 4-6, 5-5, 5-6, 6-6.

(SIGUE AL DORSO)

3. Mario piensa dos números positivos que sumen 63 y completa un tablero de una fila de 50 casillas con esos números alternadamente. Por ejemplo, si elige los números 30 y 33, completa las primeras 7 casillas así:

30	33	30	33	30	33	30
----	----	----	----	----	----	----

Luego busca rectángulos de casillas vecinas en el tablero de 50 casillas y calcula la suma de los números en ese rectángulo (los rectángulos pueden abarcar cualquier cantidad de casillas). Por ejemplo, si elige en el ejemplo anterior el rectángulo que contiene las casillas 2, 3 y 4, la suma de los números es $33 + 30 + 33 = 96$.

Por cada rectángulo que encuentra donde la suma de los números es un número terminado en 63, Rafa tiene que darle a Mario un caramelo.

- a) ¿Qué números elige Mario si quiere recibir la mayor cantidad posible de caramelos? ¿Cuántos caramelos recibe?
- b) Ahora Rafa elige dos números positivos cualesquiera menores que 50 (pueden no sumar 63) y completa otro tablero de una fila de 50 casillas con esos números alternadamente. Luego busca en el tablero rectángulos de casillas vecinas tales que la suma de los números en el rectángulo termine en 63. Por cada rectángulo que encuentra, Mario tiene que darle a Rafa un caramelo. Rafa quiere recibir más caramelos que los que le dio a Mario. ¿Qué números puede elegir? ¿Cuántos caramelos recibe?

Aclaración: partes de los rectángulos pueden superponerse entre sí, por ejemplo un rectángulo puede abarcar las casillas 2 y 3, otro rectángulo las casillas 3 y 4 y otro rectángulo las casillas 2, 3, 4 y 5.

22^a Competencia de MateClubes 2019

Ronda Final – Segundo Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.
- Incluir nombre del club y nombres de los integrantes presentes en **todas** las hojas entregadas.

Nombre del Club: Código del club: 22- 2 -

Localidad: Provincia:

Integrantes presentes:

1. Rafa piensa un número de 4 dígitos ABCD, lo multiplica por 3, 5 y 7 y obtiene 3 números de 5 dígitos. Escribe las cuentas en el pizarrón y luego borra los resultados dejando solo algunos dígitos. ¿Cuál es el número ABCD que pensó Rafa? Dar todas las posibilidades.

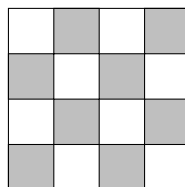
A	B	C	D		A	B	C	D		A	B	C	D	
×			3		×			5		×			7	
-	6	-	-	-	-	6	-	-	-	-	-	6	-	-

2. Mario escribió en el pizarrón los números del 1 al 3456 (ambos incluidos). Betty borra algunos de los números del pizarrón, de forma tal que si elegimos cualquier número del pizarrón, el último dígito de este número coincide con el último dígito de la suma de todos los restantes números en el pizarrón.

Por ejemplo, si Betty deja los números 15, 29, 48 y 1056, cuando elegimos el número 29 se cumple lo pedido porque 29 y $15 + 48 + 1056$ terminan ambos en 9, pero si elegimos el número 48 no se cumple lo pedido porque 48 termina en 8 y $15 + 29 + 1056$ termina en 0.

¿Cual es la máxima cantidad de números que puede dejar Betty en el pizarrón para que se cumpla lo pedido con todos los números?

3. Mario piensa dos números enteros positivos menores que 100 y completa un tablero de 4×4 con esos números, escribiendo uno de esos números en todas las casillas blancas y el otro número en todas las casillas sombreadas. Luego busca en el tablero rectángulos de casillas tales que el resultado de sumar todos los números en el rectángulo termine en 63. Por cada rectángulo que encuentra, Rafa tiene que darle a Mario un caramelo.



¿Cómo completa el tablero Mario si quiere recibir la mayor cantidad posible de caramelos?

Aclaración: los cuadrados también se consideran rectángulos.

22^a Competencia de MateClubes 2019

Ronda Final – Tercer Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.
- Incluir nombre del club y nombres de los integrantes presentes en **todas** las hojas entregadas.

Nombre del Club: Código del club: 22- 3 –

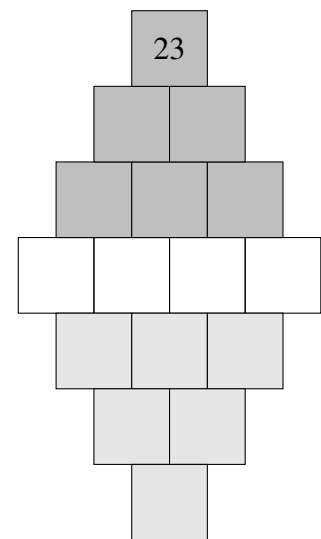
Localidad: Provincia:

Integrantes presentes:

1. Betty completa las casillas de la figura, escribiendo un número entero positivo en cada casilla (puede haber números repetidos).

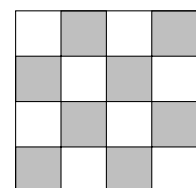
Quiere que el número en cada casilla sombreada oscura de la parte superior sea igual a la suma de los números en las dos casillas que tiene debajo y que el número en cada casilla sombreada clara de la parte inferior sea igual a la diferencia de los números en las dos casillas que tiene encima (la diferencia entre dos números es igual a la resta entre el mayor y el menor).

¿Qué número puede escribir en la casilla inferior de la figura? Dar todas las posibilidades.



2. Mario piensa dos números enteros positivos menores que 100 y completa un tablero de 4×4 con esos números, escribiendo uno de esos números en todas las casillas blancas y el otro número en todas las casillas sombreadas.

Luego busca en el tablero rectángulos de casillas tales que el resultado de sumar todos los números en el rectángulo termine en 59. Por cada rectángulo que encuentra, Rafa tiene que darle a Mario un caramelo.



- a) ¿Cómo completa el tablero Mario si quiere recibir la mayor cantidad posible de caramelos?
- b) Ahora Rafa piensa dos números enteros positivos menores que 100 y completa un tablero de 4×4 con esos números, escribiendo uno de esos números en todas las casillas blancas y el otro número en todas las casillas negras. Mario le da un caramelo por cada rectángulo tal que la suma de los números termine en 59. Si Rafa no puede elegir los mismos dos números que Mario, ¿cuántos caramelos puede recibir como máximo?

Aclaración: los cuadrados también se consideran rectángulos.

(SIGUE AL DORSO)

3. Mario escribió en el pizarrón los números del 1 al 2019 (ambos incluidos). Betty borra algunos de los números del pizarrón, de forma tal que si elegimos cualquier número del pizarrón, el último dígito de este número coincide con el último dígito de la suma de todos los restantes números en el pizarrón.

Por ejemplo, si Betty deja los números 15, 29, 48 y 1056, cuando elegimos el número 29 se cumple lo pedido porque 29 y $15 + 48 + 1056$ terminan ambos en 9, pero si elegimos el número 48 no se cumple lo pedido porque 48 termina en 8 y $15 + 29 + 1056$ termina en 0.

Si Betty quiere que la suma de los números que quedan escritos en el pizarrón sea la mayor posible, ¿qué números deja escritos en el pizarrón?

22^a Competencia de MateClubes 2019

Ronda Final – Cuarto Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.
- Incluir nombre del club y nombres de los integrantes presentes en **todas** las hojas entregadas.

Nombre del Club: Código del club: 22- 4 -

Localidad: Provincia:

Integrantes presentes:

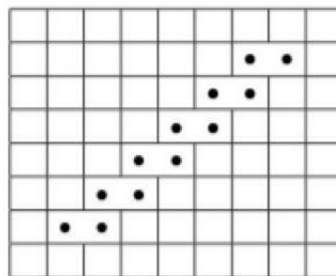
1. Mario escribió en el pizarrón los números del 1 al 2019 (ambos incluidos) en orden uno después del otro. Betty borra algunos de los números del pizarrón. Un par de números vecinos (es decir que entre ellos dos no haya quedado ningún número sin borrar) es **bueno** si el último dígito de la suma de esos dos números coincide con el último dígito de la suma de todos los números restantes en el pizarrón, y es **malo** si no se cumple esa condición.

Por ejemplo, si Betty deja los números 15, 23, 48, 56 y 100, el par de números vecinos 23 y 48 es bueno porque $23 + 48$ y $15 + 56 + 100$ terminan ambos en 1, pero el par 15 y 23 es malo porque $15 + 23$ termina en 8 y $48 + 56 + 100$ termina en 4.

Betty quiere que todos los pares de números vecinos sean buenos y que la suma de todos los números que quedan escritos en el pizarrón sea la mayor posible. ¿Qué números deja escritos en el pizarrón?

2. Betty coloca fichas de dominó en un tablero de 8 x 9 casillas. Las fichas no pueden sobresalir del tablero ni pueden superponerse.

¿Cuál es la máxima cantidad de dominós que puede ubicar en el tablero si ya colocó las primeras 6 fichas como se ve en la figura?



3. En el club de tenis Mateclubes se disputó un torneo de tenis, en el cual participaron 5 tenistas. Cada tenista jugó una vez con cada uno de los demás tenistas.

Se sabe que cada tenista le ganó a otros 2 tenistas, y perdió con otros 2. Decimos que un trío de tenistas A , B , y C es parejo si A le ganó a B , B le ganó a C y C le ganó a A .

- a) Determinar cuantos tríos parejos puede haber en el torneo. Dar todas las posibilidades.
- b) Si en otro torneo participan 101 tenistas, y cada tenista le gana a 50 tenistas y pierde con otros 50 tenistas, cuantos tríos parejos puede haber en el torneo. Dar todas las posibilidades.

22^a Competencia de MateClubes 2019

Ronda Final – Quinto Nivel

- La prueba dura 2 horas.
- En todos los problemas, justificar la respuesta dada y explicar los pasos de la resolución.
- Incluir nombre del club y nombres de los integrantes presentes en **todas** las hojas entregadas.

Nombre del Club: Código del club: 22– 5 –

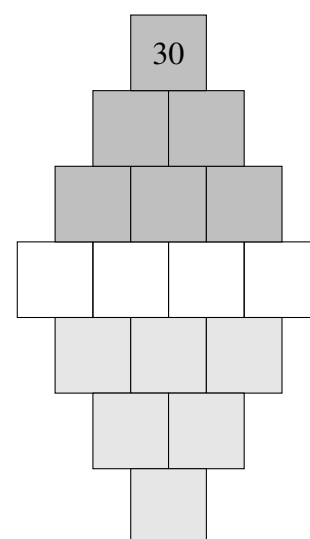
Localidad: Provincia:

Integrantes presentes:

1. Betty completa las casillas de la figura, escribiendo un número entero positivo en cada casilla (puede haber números repetidos).

Quiere que el número en cada casilla sombreada oscura de la parte superior sea igual a la suma de los números en las dos casillas que tiene debajo y que el número en cada casilla sombreada clara de la parte inferior sea igual a la diferencia de los números en las dos casillas que tiene encima (la diferencia entre dos números es igual a la resta entre el mayor y el menor).

¿Qué número puede escribir en la casilla inferior de la figura? Dar todas las posibilidades.



2. Mario escribió en el pizarrón los números del 1 al 2019 (ambos incluidos) en orden uno después del otro. Betty borra algunos de los números del pizarrón. Un grupo de 3 números contiguos (es decir que entre ellos no haya quedado ningún otro número sin borrar) es **bueno** si el último dígito de la suma de esos tres números coincide con el último dígito de la suma de todos los números restantes, y es **malo** si no se cumple esta condición.

Por ejemplo, si Betty deja los números 15, 23, 48, 56 y 102, el grupo de números contiguos 23, 48 y 56 es bueno porque $23 + 48 + 56$ y $15 + 102$ terminan ambos en 7, pero el grupo 15, 23 y 48 es malo porque $15 + 23 + 48$ termina en 6 y $56 + 102$ termina en 8.

Si Betty quiere que todos los grupos de 3 números contiguos sean buenos y que la suma de los números que quedan escritos en el pizarrón sea la mayor posible, ¿qué números deja escritos en el pizarrón?

3. En la ciudad de Biletralandia, las palabras están formadas únicamente por letras *A* y *B*. En dicha ciudad, todas las palabras cumplen las siguientes propiedades:
 - Tienen 2019 letras.
 - Ningún fragmento de la palabra es *ABAB*.

Todas las palabras que se pueden formar con esas propiedades existen en el idioma de Biletralandia. ¿La cantidad de palabras en el idioma de Biletralandia es par o impar?