Prueba destacada de la semana: 04/06/2020

PRIMER NIVEL

1. Se tienen 100 tarjetas, cada una con un número entero distinto desde el 1 hasta el 100. Hay que formar grupos de tres tarjetas cada uno de modo que en cada grupo el número de una de las tarjetas sea igual a la multiplicación de los números de las otras dos. Por ejemplo, se podría formar el grupo 3, 31, 93, porque $93 = 3 \times 31$. Cada tarjeta se usa como mucho una vez y puede haber tarjetas que no se usan. Formar la mayor cantidad posible de estos grupos y justificar por qué es imposible formar más.

2. En un barco pirata hay un cofre con monedas de oro. Cinco de los piratas reciben su parte con el siguiente procedimiento: primero Abel recibe $1/8$ del total; luego Beto recibe $1/6$ de lo que queda en el cofre. Más tarde, Carlos recibe $1/7$ de lo que quedaba después de que les dieran a los dos primeros. A continuación, Dany recibe $1/5$ de lo que queda y finalmente a Eze le dan $1/4$ de lo que resta. Hay tres piratas que recibieron igual cantidad de monedas. Determinar cuáles son.

3. Sea ABC un triángulo con $AB = 13$, $BC = 15$ y $AC = 9$. Sea r la recta paralela a BC trazada por A. La bisectriz del ángulo $A\hat{B}C$ corta a r en E y la bisectriz del ángulo $A\hat{C}B$ corta r en F. Calcular la medida del segmento EF.

SEGUNDO NIVEL

1. Se tienen dos recipientes, cada uno de ellos con 100 litros de capacidad. Inicialmente contienen entre los dos 100 litros de jugo. Se agrega jugo al primer recipiente hasta completar su capacidad. Luego se vierte jugo del primer recipiente al segundo hasta completar la capacidad del segundo. Finalmente, se vierten 12 litros del segundo recipiente en el primero. Así resulta que en el segundo recipiente hay 10 litros más de jugo que en el primero. Determinar cuánto jugo tenía inicialmente cada recipiente.

2. Se tienen 20 tarjetas, cada una con un número entero distinto desde el 1 hasta el 20. Hay que formar 9 grupos de tarjetas de modo que en cada grupo la multiplicación de los números de las tarjetas sea un cuadrado perfecto. Cada tarjeta se usa como mucho una vez y puede haber tarjetas que no se usan. Los grupos pueden tener una o más tarjetas cada uno, y si un grupo tiene una sola tarjeta el número de esa tarjeta tiene que ser un cuadrado perfecto.

3. Sea $ABCD$ un cuadrado de papel de lados $AB = BC = CD = DA = 10$. El cuadrado se dobla a lo largo de una línea recta, haciendo coincidir el vértice A con el punto medio del lado BC. Esta línea recta corta al lado AB en E y al lado CD en F. Calcular la medida de EF.

TERCER NIVEL

1. Sean ABC un triángulo isósceles con $AB = AC$ y D el punto medio del lado BC. La perpendicular a AC, trazada por D corta al lado AC en E. Sea F en AB tal que EF es paralela a BC. Si $BC = 12$ y $CE = 4$, calcular la medida del segmento EF.

2. Una librería ofrece cuadernos a \$5 y realiza los siguientes descuentos: en una compra de hasta 35 cuadernos inclusive hace un descuento del 5%; si se compran entre 36 y 55 cuadernos inclusive el descuento es del 12% y si se compran 56 o más cuadernos, el descuento es del 20%. Pablo compró con un descuento del 5% y al día siguiente compró nuevamente, esta vez con un descuento del 12%. Si Pablo hubiese comprado los cuadernos todos juntos en una sola compra, le hubiese correspondido un descuento del 20% y habría gastado \$39 menos de lo que gastó. Determinar cuántos cuadernos compró cada día.

3. Sea

$$N = 8 + 98 + 998 + 9998 + \ldots + \underbrace{99\ldots9}_{100\text{ veces}}8$$

el resultado de la suma de 101 números que tienen el último dígito 8 y los demás dígitos 9, desde el 8, que tiene cero nueves, hasta el que tiene 100 dígitos nueve. Calcular la suma de los dígitos de N.